第Ⅲ部門

非弾性ひずみの逆解析における解の精度評価

神戸大学工学部　正会員　櫻井　春輔
神戸大学工学部　正会員　芥川　真一
神戸大学工学部　学生員○森山　佳樹

1．はじめに

塑性挙動を示す地山や未固結地山の土被りの浅いトンネル等においては、地山特有の非線形な変形挙動が現れるため、その逆解析においても地山の非線形特性を考慮しなければならない。そこで、ノルム最小化法に基づき、初期応力、弾性係数及び非弾性ひずみをそれよりも少ない計測データから同時に逆解析する方法を開発した[1)2)]。ここではモンテカルロ法を用いた数値実験により、この方法により得られる解の精度を検証することにした。

2．解析手法の概要

掘削によって地盤内に生じるひずみ増分$\Delta\varepsilon$は、一般に弾性成分$\Delta\varepsilon_e$と非弾性成分$\Delta\varepsilon_p$の和として次のように表される。

$$\Delta\varepsilon=\Delta\varepsilon_e+\Delta\varepsilon_p \tag{1}$$

このとき$\Delta\varepsilon_p$は塑性、不連続性挙動、ゆるみなど地盤内で生じる一般的な非弾性ひずみを示すものとする。今、分離した$\Delta\varepsilon_p$を未知数とし、これを非弾性領域内における未知の物体力に置き換えて釣合方程式を考えると、本来非線形な問題を線形弾性問題に置き換えることができる。これを有限要素離散化し、非弾性領域内の各要素のガウスポイント毎に独立な非弾性ひずみを考えると次式が成立する。

$$[K_e^*]\{\Delta u\}=[\{R_1^*\}\{R_2^*\}\cdots\{R_n^*\}]\{x\} \tag{2}$$

ここで$\{\Delta u\}$は節点変位の増分を表し、$[K_e^*]$は正規化された弾性剛性マトリックスである。２次元平面ひずみ問題において非弾性領域内のガウスポイントの総数をNとしたとき、未知数ベクトル$\{x\}$は

$$\{x\}=\left\{\frac{\sigma_{0x}}{E},\frac{\sigma_{0y}}{E},\frac{\tau_{0xy}}{E},\Delta\varepsilon^1_{px},\Delta\varepsilon^1_{py},\Delta\gamma^1_{pxy},\cdots\Delta\varepsilon^N_{px},\Delta\varepsilon^N_{py},\Delta\gamma^N_{pxy}\right\}^T \tag{3}$$

で与えられ、その数は$n=3(1+N)$個となる。$\{R_i^*\}$はｉ番目の未知パラメータが１の時の荷重ベクトル、σ_{0X}，σ_{0Y}，τ_{0XY}は初期応力、Ｅは弾性係数を示す。

通常のトンネルにおける情報化施工において、一般的に得られる変位計測数は高々十数個である。これに対し、地山に発生し得る非弾性ひずみを、有限要素の各ガウスポイントにおいて独立に取り扱う場合、未知パラメータの数は計測データ数よりもはるかに多くなる。このような場合、考えられる解の組み合わせは無数に存在し、何らかの制約条件を課さない限りその唯一解を安定して求めることはできない。このため、解を一意的に求める方法としてノルム最小化[3)]という方法を用いる。この方法により解は次のように一意的に求められる。

$$\{x\}=[W]^{-1}[A]^T([A][W]^{-1}[A]^T)^{-1}\{\Delta\tilde{u}\} \tag{4}$$

ここで、$\{\Delta\tilde{u}\}$, $[W]$, $[A]$はそれぞれ計測変位ベクトル、重みマトリックス、計測変位の未知数に対する感度マトリックスである。

3．精度評価の方針

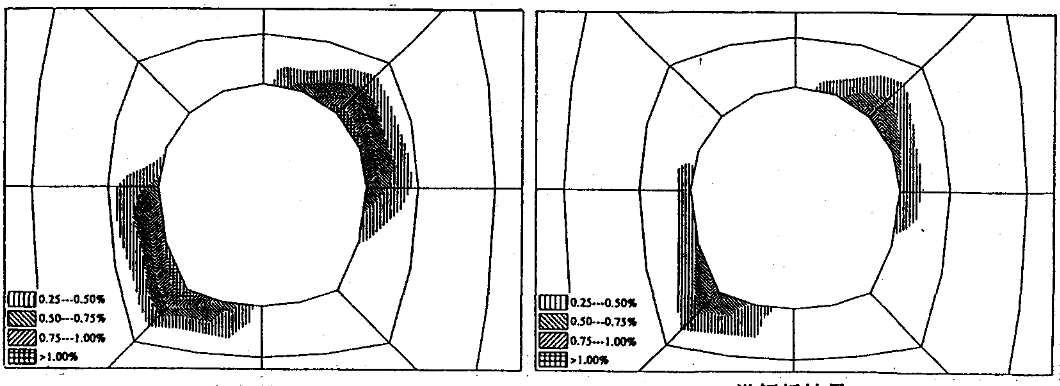
本逆解析手法で得られる解の安定性と精度を評価するために、モンテカルロ法によるシミュレーションを行った。まず平均値０、標準偏差SD＝0.1㎜（これは最大変位量の約1.4%に相当する）で正規分布する計測誤差を乱数発生させた。これを真の計測値に加えることにより誤差を含む計測データを１００セット作成し

Shunsuke SAKURAI , Shinichi AKUTAGAWA , Yoshiki MORIYAMA

た。これを用いて逆解析を行い、得られた解を統計処理し、解の平均値と標準偏差を算出した。次にSDの値を変えて同じことを行った。

4．結果と考察

まず、逆解析によって得られた最大せん断ひずみ分布を正解値（順解析結果）と比較して図１に示す。



順解析結果　　　逆解析結果

図 1　最大せん断ひずみ

ここでは、計測データ数（５１個）よりはるかに多い未知パラメータ（２９１個）をノルム最小化という条件だけを用いて求めようとしていることを考えると、ここで得られた結果は十分な精度で実際の挙動を把握し得るものといえる。

次にモンテカルロシミュレーションを行った結果を表１，２に示す。また比較のため、真値として順解析に使用した値を表３に示す。この結果から、本手法によって求められた解は精度良く、かなり良い安定性を示すことが確かめられた。

表１　SD＝0.1㎜によるﾓﾝﾃｶﾙﾛｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ結果（単位:ＭＰａ）

	平均値	標準偏差
弾性係数	８８５０	１３４
初期応力 σ_{0X}	４．０８	０．１３
σ_{0Y}	５．００	０．００７６
τ_{0XY}	１．７５	０．０４６

表２　SD＝0.5㎜によるﾓﾝﾃｶﾙﾛｼﾐｭﾚｰｼｮﾝ結果（単位:ＭＰａ）

	平均値	標準偏差
弾性係数	８９５０	６１３
初期応力 σ_{0X}	４．０９	０．５９８
σ_{0Y}	５．０２	０．３４７
τ_{0XY}	１．７７	０．２４７

表３　順解析に使用した値（単位:ＭＰａ）

弾性係数	１００００
初期応力 σ_{0X}	３．００
σ_{0Y}	５．００
τ_{0XY}	２．００

5．まとめ

以上についてまとめると以下の通りである。

①本手法により地山の初期応力、弾性係数及び非弾性挙動を施工中の計測データから逆解析することが可能である。

②本手法により求められる解は精度良く十分安定したものである。

参考文献

１）桜井春輔・芥川真一・徳留修：ノルム最小化法に基づく非弾性ひずみの逆解析，土木学会論文集（投稿中）．　２）森山佳樹：ノルム最小解を用いた非弾性ひずみの逆解析に関する基礎的研究，神戸大学卒業研究，１９９４．　３）久保司郎：計算力学とＣＡＥシリーズ，逆問題，培風館，１９９２．