

大阪府立工業高等専門学校 正 員○平山 秀夫

ニュージェック

川副 直雄

東光コンサルタンツ

村上 健一郎

1. はしがき：水平床上での2次元における質量輸送の理論的研究は、その適用限界 ( $H \ll \delta$ ;  $H$ : 波高,  $\delta$ : 境界層厚) に問題があるにも関わらず、実際現象をかなり良く説明できることから、Longuet-Higginsの conduction方程式による理論展開以後、あまり取り組まれていないように思われる。

そこで、本研究では、conduction方程式に基づかない方法で、水平床上の非砕波における波の質量輸送の鉛直分布の簡便な理論的表示法の確立を目指したものである。すなわち基礎式として粘性係数モデル式(ニュートンの摩擦法則)を適用して、1周期平均の波動内部の水平せん断力( $\bar{\tau}$ )を鉛直座標の1次関数と仮定した上で、種々の水面及び底面境界条件を適用した場合の解析解を求めるとともに、それらと実験値との適合性をも調べたものである。

2. 基礎式、境界条件式及び連続式：ここでは、水平床上の非砕波における質量輸送速度の式を導出するために、まず最初に基礎式を示すとともに、次に、それに基づき解析解に含まれる未知定数を算出するに当たっての必要な境界条件式と連続式を示す。

いま、非砕波の波動中における水平面内に作用する1周期平均のせん断力( $\bar{\tau}$ )と定常流速 $\bar{U}$ の関係は、ニュートンの摩擦法則により、次式のように与えられる。

$$\bar{\tau} = \rho \nu \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \quad \text{----- (1)}$$

ここで、 $\rho$ : 水の密度、 $\nu$ : 水の動粘性係数である。

まず、本研究では、波動中におけるこのせん断力の分布形を、次式のように仮定する。

$$\bar{\tau} = m z + n \quad \text{----- (2)}$$

ここで、 $m$ ,  $n$ は、未知定数である。

この式(2)を(1)に代入して積分すれば、非砕波帯内の波動中における質量輸送速度 $\bar{U}$ の解析解は、次式のように得られる( $c$ : 積分定数)

$$\bar{U} = \frac{m}{2\rho\nu} z^2 + \frac{n}{\rho\nu} z + c \quad \text{----- (3)}$$

いま、この解析解を確定するためには、これらの3つの未知定数  $m, n, c$  を決定する必要がある。そこで、ここではその条件式として、以下の、(I)~(II)の2つの境界条件式と(III)の連続式を用いることにする。

$$(I) \text{ 底面条件式: } \bar{U}|_{z=0} = \frac{5a^2\sigma k}{4s \sinh^2 kh} \quad \text{----- (4)}$$

$$(II) \text{ 水面条件式: } \frac{\partial \bar{U}}{\partial z}|_{z=h} = 4a^2\sigma k \beta \coth kh \quad \text{----- (5)}$$

ここで、 $\beta$ は任意定数であるが、一般に $\beta$ の値によって次のように表される。

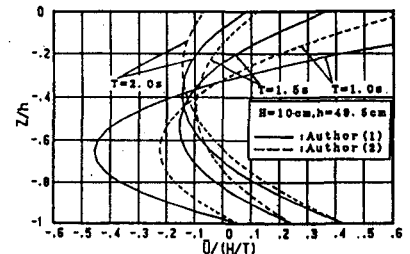


図-1 周期の変化による $\bar{U}$ の鉛直分布の変化

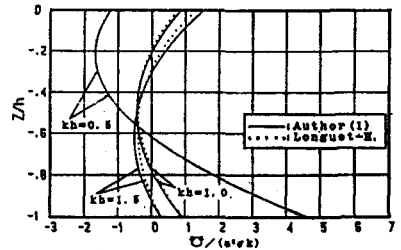


図-2  $kh$ の変化による $\bar{U}$ の鉛直分布の変化

$$\beta = 1; \left. \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \right|_{z=h} = 4a^2 \sigma k \coth kh \quad (5a)$$

(Longuet-Higginsによる水面速度勾配(渦度)を表す)

$$\beta = 0.5; \left. \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \right|_{z=h} = 2a^2 \sigma k \coth kh \quad (5b)$$

(Stokesによる水面渦度あるいはHuangの水面渦度を表す)

$$(III) \text{連続式: } \int_{-h}^h \bar{U} dz = 0 \quad (6)$$

3. 理論解析結果: (1) 質量輸送速度の鉛直分布式; いま, 二つの境界条件式(4),(5)及び連続式(6)を用いて, 式(3)で表された非砕波の波動中における質量輸送速度の鉛直分布の解析解 $\bar{U}$ 中の未知定数 $m, n, c$ を決定すれば, 若干の計算の結果, 次式のように求まる

$$m = \frac{3}{2h} \left\{ (4a^2 \sigma k^2 \beta \coth kh) \rho v + \left( \frac{5a^2 \sigma k}{4 \sinh^2 kh} \right) \frac{2\rho v}{h} \right\} \quad (7)$$

$$n = -\frac{1}{2} \left\{ (4a^2 \sigma k^2 \beta \coth kh) \rho v + \left( \frac{5a^2 \sigma k}{4 \sinh^2 kh} \right) \frac{6\rho v}{h} \right\} \quad (8)$$

$$c = \frac{5a^2 \sigma k}{4 \sinh^2 kh} \quad (9)$$

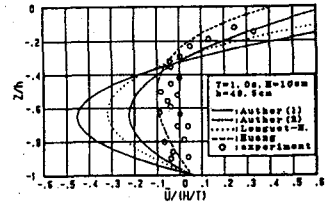
従って, 以上得られた式(7)~(9)を式(3)に代入し, Longuet-Higginsと類似な表現を用いれば, 水平床面上における質量輸送速度の鉛直分布の理論式は次式のように求まる.

$$\begin{aligned} \bar{U} = & \frac{a^2 \sigma k}{4 \sinh^2 kh} \left\{ (6kh \beta \sinh 2kh + \frac{15}{2}) \frac{z^2}{h^2} \right. \\ & \left. - (4kh \beta \sinh 2kh + 15) \frac{z}{h} + 5 \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

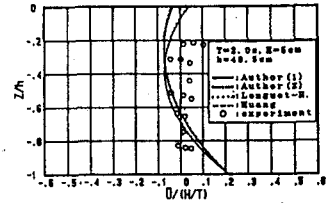
(2) 波動中における水平内部せん断力の分布式: 本研究では, 前述のように, 1周期平均せん断力 $\bar{\tau}$ の鉛直分布形は, 式(2)のように与えたが, この式に求めた $m, n$ を代入すれば, 水平床面上の非砕波の波動中における内部せん断力 $\bar{\tau}$ の鉛直分布式は, 次式のように無次元表示される.

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\tau}}{\rho v \sigma} = & \frac{a^2 k}{2 \sinh^2 kh} \left( \frac{6k}{h} \beta \sinh 2kh + \frac{15}{2} \right) z \\ & - \frac{a^2 k}{4 \sinh^2 kh} (4k \beta \sinh 2kh + \frac{15}{h}) \quad (11) \end{aligned}$$

4. 解析結果: (1) 本理論値の一般的特性; 図-1では, 実線はLonguet-Higginsの水面条件を適用した場合の結果(以下Author(1)による結果という), 破線はStokesの水面条件を適用した場合の結果(以下Author(2)による結果という)である. 図-1から, 全般的な鉛直分布の傾向は, 周期に関わらず, Author(1)と(2)とも類似しているといえるが, 水面上での値は周期によってかなり両者に差異があり, 特に周期が短いほど, その差異が著しくなるようである. このことは, 水平質量輸送速度の鉛直分布は, 水面条件に敏感に反応し, それが支配的であるといえよう. また図-2から, 本理論値(Author(1))とLonguet-Higginsの理論結果は,  $kh$ の値の大小に関わらず, かなり良く合致していることが明かである. (2) 従来の理論結果及び実験結果との比較検討; 図-3は波の周期別に, 質量輸送の鉛直分布の理論値と実験値を比較検討したもので, 図の(1)は $T=1.0s$ , (2)は $T=2.0s$ の場合の結果である. これらの図から, 周期が短いときには, 本理論結果と従来の理論結果との差異はかなり大きい,  $T=2.0s$ では両者はほとんど一致することが明かである. 一方, 本理論値と実験値との対応は, 底面及び水面付近ではある程度よく合致しているが, 流体主流領域において両者の差は周期が短くなるにつれて大きくなっている. また, 従来示されているRussell-Osorioの実験結果とも比較したのが図-4で, 本理論(Author(2))とRussell-Osorioの実験結果は流体主流領域において多少の差はあるものの, 全般的にかなり良く合致しているように思われる. (3) せん断力の分布特性; 図-5は, 周期をパラメータとしてせん断力の鉛直分布形を示したものである. 全般的にAuthor(1)の結果がAuthor(2)の結果に比して大きく, また, 周期が短いほど, 全断面でせん断力の絶対値は大きいことが明かである.



(1)  $T=1.0s$  の場合



(2)  $T=2.0s$  の場合

図-3 本理論値と従来の理論及び実験値との比較

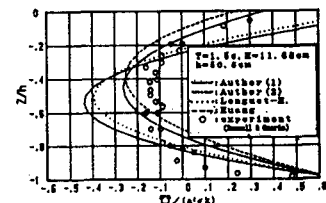


図-4 Russell-Osorioの実験値との比較

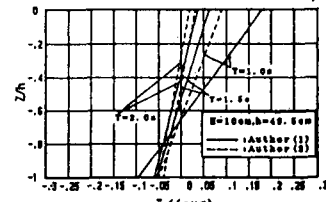


図-5  $\bar{\tau}$  の鉛直分布の変化