

京都大学大学院 学生員○岩田 通明

京都大学工学部 正 員 細田 尚

運 輸 省 正 員 北原 政宏

西 松 建 設 正 員 多田 彰秀

京都大学防災研究所 正 員 井上 和也

1.はじめに：本研究は、発電所放水路系および下水道網などの地下水路系において生ずる管路・開水路流れ共存状態の急変非定常流に関する数値解析法について、基本的な現象を取り上げ考察したものである。対象とした現象は図1に示したような水で満たされた管路への空気泡の浸入過程であり、空気泡先端の伝播と水面形の変化を再現するための解析法を示すとともに、実験結果と比較することにより解析法の適用性を検証する。

2.解析法の概要：数値解析モデルの基礎式として、水の非圧縮性と静水圧を仮定した管路および開水路状態の一次元連続式と運動方程式を考える。座標系および記号の説明を図2に示す。

(開水路状態)

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial uQ}{\partial x} + gA \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} = gA \left(\sin \theta - \frac{\tau_{bx}}{\rho g R} \right) + \frac{\partial (-u^2 A)}{\partial x} \quad (2)$$

(管路状態)

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial uQ}{\partial x} + gA \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p_D}{\rho g} + D \cos \theta \right) = gA \left(\sin \theta - \frac{\tau_{bx}}{\rho g R} \right) + \frac{\partial (-u^2 A)}{\partial x} \quad (4)$$

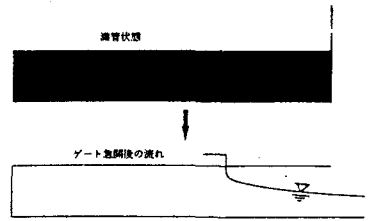


図1 対象とする流れ

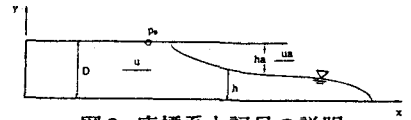


図2 座標系と記号の説明

ここに、 x ：空間座標、 t ：時間、 A ：断面積、 Q ：流量、 h ：水深、 R ：径深、 τ_{bx} ：壁面に作用するせん断応力ベクトルの成分（本研究ではManning則で評価し、 $n=0.01$ とした。）、 u ： x 方向の断面平均流速、 u' ： x 方向の乱れ速度、 p_0 ：管路状態の天端（ $y=D$ ）の圧力、 ρ ：水の密度、 θ ：水路床勾配。本研究では $\theta=0$ なので、 $\cos \theta=1$ 、 $\sin \theta=0$ とする。

数値解析法としては、コントロール・ボリューム法を用いる。流れを、管路状態、開水路状態、および両者の境界の三通りに分類し、各々に対応した基礎式を用いて計算を行う。離散化にともなう水理量の定義位置ならびに解析手順については、参考文献[1]を参照されたい。慣性項の離散化には、段波、跳水などの流れの不連続部で数値振動を生じないTVD法のうち、Hartenの提案するスキームを使用する[2]。ただし、空気泡先端近傍の圧力をWilkinson[3]が用いたよどみ点に関するベルヌーイ式で評価する。

3.水理実験の概要：解析法を検証するための水理実験[4]の概要について説明する。実験は、図3に示した幅5cm、長さ2m、高さ10cmの亚克力製水槽を用いて行われた。水槽の中央に仕切板を設置し、水槽の左半分を満管状態とする。その後、板を瞬間的に取り除くことにより大気泡を浸入させ、ビデオおよび写真撮影を行うことで水深変化を計測した。

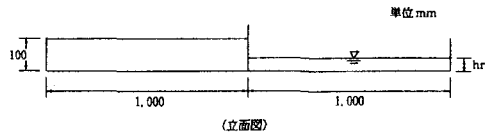


図3 実験水槽

4.解析結果と実験結果の比較：図3の下流側水深 h_r を0(cm)、5(cm)および7(cm)に変化させて行った実験結果と解析結果を比較したのが図4である。 $h_r=0$ (cm)の場合では計算結果と実験結果がほぼ適合している。 $h_r=5$ (cm)、7(cm)の場合は、どちらも境界面の伝播速度に関して計算結果と実験結果はほぼ一致している。

Michiaki Iwata, Takashi Hosoda, Masahiro Kitahara, Akihide Tada, Kazuya Inoue

しかし、 $h_r=5(\text{cm})$ の場合の境界面近傍の天端から急激に減少しその下流に波状の段波が続く水面形、 $h_r=7(\text{cm})$ の場合のくびれた水面形が十分に再現されていない。これは、水面形が急激に変化する境界面近傍では圧力が静水圧から大きく異なることが原因と考えられる。そこで、圧力分布に鉛直加速度を考慮に入れてモデルの改良を試みた。

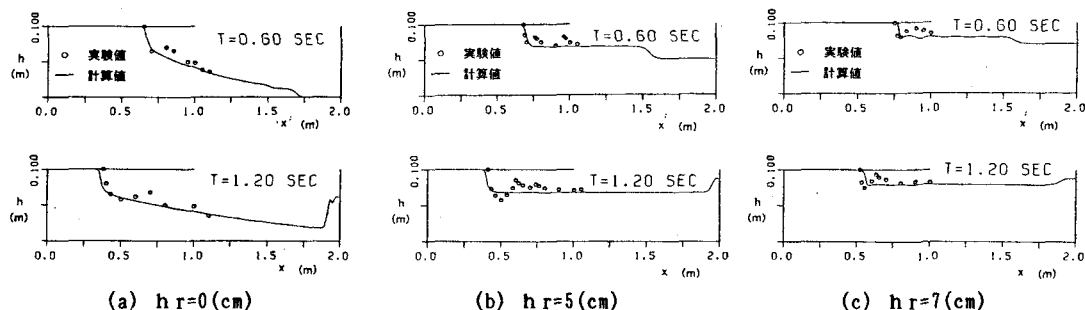


図4 実験結果と計算結果の比較

5. モデルの改良：静水圧分布からの偏差すなわち圧力に関する補正項[5]のうち最も効果が大いと考えられる非定常項のみを考慮する。すなわち、基礎式系のうち開水路流れの運動方程式の右辺に

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{3} h^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial t \partial x} \right) \quad (5)$$

を付加した。これは、通常Boussinesq方程式と呼ばれている。この項を離散化して行った $h_r=5(\text{cm})$ の場合の計算結果と実験結果を比較したのが図5である。計算結果は実験結果とほぼ適合している。図6は $h_r=7(\text{cm})$ 場合の $t=0.8(\text{sec})$ の水面形であり水面波の振幅が大きくなりすぎている。実際には、このような急勾配の水面形は維持されず砕波するものと考えられる。そこで鉛直加速度項に減衰関数を乗じることにより砕波過程の再現を試みた。

6. 減衰関数の導入：波状段波は、 $Fr_0=1.25$ をこえると砕波し始めることが知られている[6]。そこで本研究においてもこの事実に基づき以下のような指数関数の減衰関数を導入し、全領域にわたって鉛直加速度項に乗ずることにより砕波状態を表すことを試みた。

$$f_{\text{dump}} = \exp \left[-\beta \left(\left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\max} - \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{cr} \right) \right], \quad \begin{cases} \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\max} \geq \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{cr} \text{ のとき} \\ \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\max} < \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{cr} \text{ のとき} \end{cases} \quad (6)$$

$$= 1.0,$$

ただし、 $(\partial h / \partial x)_{cr}$ の値は0.225とし、パラメータ β の値はテスト・シミュレーションを行い試行錯誤により $\beta=0.5$ と決定した。このモデルを用いて行った計算結果が図7であり、計算結果は実験結果とある程度適合していることがわかる。

参考文献：[1]細田・井上・多田：京大防災年報第36号B-2, pp. 593-605, 1993, [2]Harten, A.: J. Comp. Phys., Vol.49, pp. 375-393, 1983, [3]Wilkinson, D. L.: J. F. M., Vol. 118, pp. 109-122, 1982, [4]細田・井上・福住：土木学会第48回年次学術講演会概要集, 第2部, II-296, 1993, [5]Iwasa, Y.: Mem. Fac. Eng., Kyoto Univ., Vol. 17, No. 4, pp. 264-276, 1955, [6]Sandoz, J. A. and Zienkiewicz: Water Power, No. V., pp. 418-424, 1957.

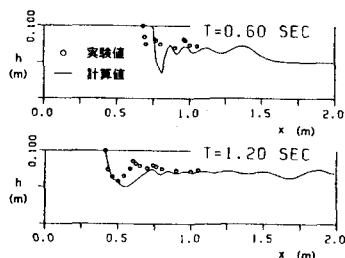


図5 実験結果と計算結果の比較
(鉛直加速度考慮, $h_r=5(\text{cm})$)

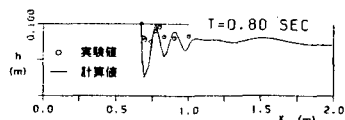


図6 実験結果と計算結果の比較
(鉛直加速度考慮, $h_r=7(\text{cm})$)

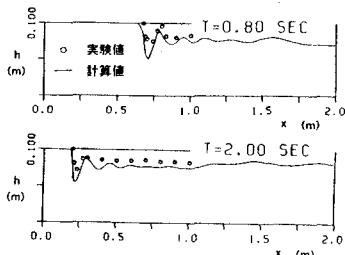


図7 実験結果と計算結果の比較
(減衰関数あり, $h_r=7(\text{cm})$)