

神戸大学工学部 正 員 神田 徹
 神戸大学工学部 正 員 道奥 康治
 熊 谷 組 正 員 重村 誠一
 神戸大学大学院 学生員○伊藤 達平

1. はじめに

密度成層化した貯水池において、躍層厚による内部波伝播特性の変化を調べる。その基礎研究として、単純化した水域において水面に外力が働く場合の内部波による流れと水粒子の鉛直変位を理論的に求め、それが躍層厚によってどのように変化するかを調べた。

2. 解析方法

図-1のような密度分布をもつ水域を考える。図中のLは貯水池の長さ、Hは水深、 h_1 は水面から躍層の中心部までの深さ、 $h_2=H-h_1$ 、 $2h$ は躍層の特性的厚さである。内部波の基礎方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla^2 \phi - N^2 \phi / g) + N^2 \phi_{xx} = 0 \quad (1)$$

ここに、 N は浮力振動数、 ϕ は流れ関数、 $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial z^2$ 、 $\phi_x = \partial \phi / \partial x$ 、 $\phi_{xx} = \partial^2 \phi / \partial x^2$ である。この式の解を

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{\rho_0}} Y(z) \exp\{i(kx - \sigma_n t)\} \quad (2)$$

と置く。諸量を次のように無次元化する。

$$x' = \pi(x/L), \quad N' = N/N_1, \quad t' = t \times N_1, \quad \rho_0' = \rho_0 / \overline{\rho_0},$$

$$h_1' = \pi(h_1/H), \quad h' = \pi(h/H), \quad z' = \pi(z/H).$$

ここに、 N_1 、 $\overline{\rho_0}$ は躍層の中心部での N 、 ρ_0 の値である。

Holmboeモデルを用いて貯水池内の鉛直密度分布を図中の式のように与える。いま、 $h_1' = 0.5\pi$ 、Case 1で $h' = 0.2\pi$ 、Case 2で $h' = 0.4\pi$ とすると貯水池内の密度分布は図-2のようになる。 $\zeta = \tanh\{(z+h_1)/h\}$

とにおいて、式(2)を式(1)に代入すると、振幅 Y がLegendreの第一種陪関数 P_n を用いて次式のように与えられる。

$$Y(\zeta) = C_1 P_n^m(\zeta) + C_2 P_n^{-m}(\zeta) \quad (3)$$

ここに、 n, m は任意の実数、 C_1, C_2 は積分定数である。

$z=0$ 、 $x=0, L$ 、 $t=0$ における振幅を a として、流れ関数 ϕ 、水粒子の鉛直変位 η を次のように無次元化する。

$$\phi' = \phi / (aNL/\pi), \quad \eta' = \eta / a.$$

境界条件として水底 $z' = -\pi$ で $\eta' = 0$ 、水面 $z' = 0$ で $\eta' = \cos(px') \cos(\sigma' t')$ を与えると、式(2)、(3)より ϕ' 、 η' がそれぞれ次式のように得られる。

$$\phi'(x', z', t') = -(\sigma' / p) G'(\zeta_1, \zeta_2, \zeta) \sin(px') \sin(\sigma' t' + \varepsilon) \quad (4)$$

$$\eta'(x', z', t') = G'(\zeta_1, \zeta_2, \zeta) \cos(px') \cos(\sigma' t' + \varepsilon) \quad (5)$$

ここに、 $G'(\zeta_1, \zeta_2, \zeta) = \frac{P_n^m(-\zeta_2) P_n^m(\zeta) - P_n^m(-\zeta_2) P_n^{-m}(\zeta)}{P_n^m(\zeta_1) P_n^m(-\zeta_2) - P_n^m(\zeta_1) P_n^{-m}(-\zeta_2)}$ 、 p は水平方向のモード数、 $\sigma' = \sigma / N_1$

(ここに、 σ は強制振動の振動数)、 $\zeta_1 = \tanh(h_1/h)$ 、 $\zeta_2 = \tanh(h_2/h)$ 。

本研究では、形状比 $H/L=1$ 、 $p=1$ として式(4)、(5)を計算した。

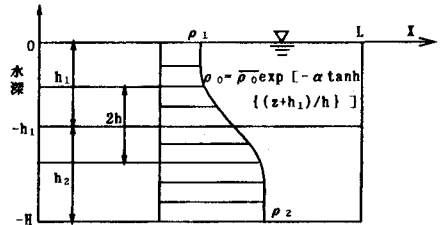


図-1 貯水池の模式図

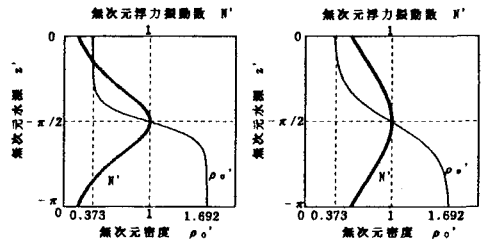


図-2 Holmboeモデルによる鉛直密度分布

3.1 流線

式(5)より流線を描けば、図-3のようになる。図中の ν は、 $\nu = \sigma' / \sigma_0'$ である(ここに、 $\sigma_0' = \sigma_0 / N_1$ 、 σ_0 は貯水池の固有振数)。Case 1, 2ともに $\nu = 0.5$ の場合には躍層部によって内部波の流れがいくつかの層に分断され、それぞれの層によって流れの方向が変化している。また、各層の境界で流速が大きくなっている。これに対して $\nu = 2.0$ の場合には躍層部による流れの変化がなく、流速は水底に近づくにつれて小さくなっている。

3.2 水粒子の鉛直変位

式(4)による水粒子の鉛直変位を図-4に示す。

Case 1, 2ともに $\nu = 0.5$ とした場合には水深方向に振動が伝わっている。これに対して $\nu = 2.0$ とした場合には水深方向に振動が伝わらず、変位が単調減少している。

3.3 応答特性

応答特性を図-5に示す。図中の実線は浮力振動数が一定の場合、▲印がHolmboeモデルの場合の応答特性である。これらは、 $x' = \pi, z' = -0.15\pi$ に対する結果である。Case 1, 2ともに $\nu > 1$ の範囲では共振点がない。これに対して $\nu < 1$ の範囲では、いくつかの ν の値で共振点が存在し、また共振点をもつ ν の値はCase 1とCase 2で異なる。これは、固有振動数よりも小さい振動数の強制振動を水表面に与えたときにはこの振動は内部波を介して鉛直方向に伝わり、固有振動数よりも大きい振動数の強制振動を与えたときにはこの振動は鉛直方向に伝わらないことを示している。

4. おわりに

本文では $H/l=1$ の場合について解析したが、今後は実際の水域の形状比に近い場合の解析を行う。また、躍層厚に関しても、より二層系に近いものについて解析を行う。

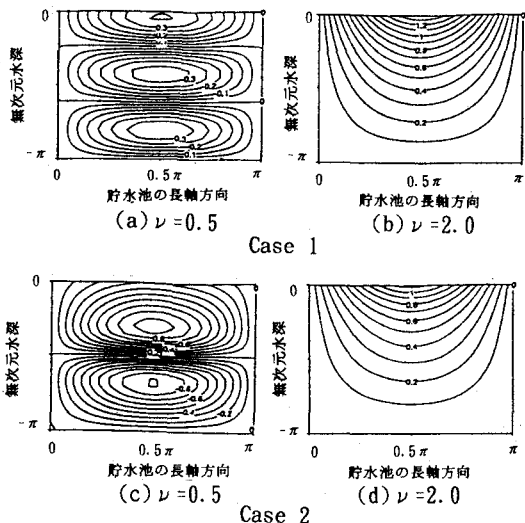


図-3 Holmboeモデルによる流線

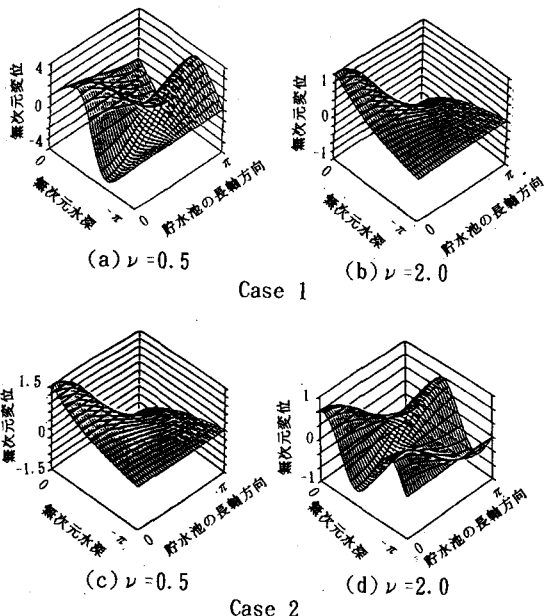
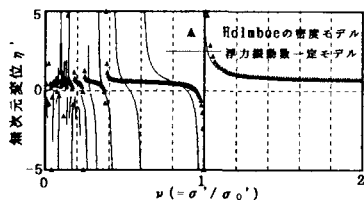
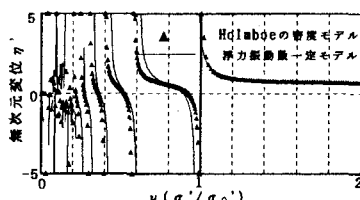


図-4 Holmboeモデルによる水粒子の鉛直変位



Case 1



Case 2

図-5 Holmboeモデルによる応答特性