

京都大学工学部 正 員 中川博次

京都大学工学部 正 員 後藤仁志
電 源 開 発 正 員 〇井上裕介

1.はじめに：本研究では、乱れエネルギースペクトルを既知として乱れ場の時系列を乱数発生により再現し、運動方程式の数値積分により砂粒子の応答過程を追跡して、浮遊粒子の沈降特性を検討し、その結果に基づいて、確率過程モデルに基づく浮遊過程の数値シミュレーションを実施する際に最も重要な要素の一つである浮遊粒子の追跡時間ステップの合理的評価を試みる。

2.シミュレーションモデルの構成：浮遊砂の運動は主として乱れの鉛直成分に支配されることに配慮して、乱れの鉛直成分のみを考慮した鉛直1次元問題とした検討を行う。砂粒子に関する鉛直方向1次元の運動方程式は

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_p}{dt} = -\frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 |v_p - v_f| (v_p - v_f) + \rho (1 + C_M) A_3 d^3 \frac{dv_f}{dt} - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g A_3 d^3 \quad (1)$$

で与えられる。ここに、 ρ ：水の密度、 σ ：砂粒子の密度、 C_M ：付加質量係数(=0.5)、 A_2, A_3 ：砂粒子の2次元、3次元の形状係数、 d ：砂粒径、 v_p ：砂粒子の速度の鉛直成分、 v_f ：流速変動の鉛直成分、 g ：重力加速度、 C_D は抗力係数である。ここでは、乱れエネルギースペクトルから求めた周波数別の寄与率を考慮して正弦波を合成し、ランダム波を生成して乱れ場を再現する¹⁾。規格化された乱れエネルギースペクトル $F_0(f_k)$ に従い、乱れ強度 v_{rms} を有する変動流速の時系列 $v_f(t)$ は、次式で与えられる。

$$v_f(t) = v_{rms} \cdot \sum_{k=1}^N \sqrt{2F_0(f_k) \Delta f_k} \cos(2\pi \bar{f}_k t + \theta_k) \quad (2)$$

$$\bar{f}_k = \frac{1}{2}(f_k + f_{k-1}) ; \Delta f_k = f_k - f_{k-1} ; \theta_k = 2\pi \xi_0 \quad (3)$$

ここに、 f_k ：離散化された周波数、 ξ_0 ：(0,1)の一様乱数である。 $F_0(f)$ は、欄津²⁾による粗面乱流における乱れの波数スペクトルの計測結果について近似式を作成し、凍結乱流仮説を用いて周波数スペクトルに変換した後、鉛直方向の乱れと流下方向の乱れの統計特性の間に相似性を仮定することによって与えられる。計算に用いた砂粒子の特性を表-1に示す。

表-1 砂粒子の特性

relative density of particle σ/ρ	2.65
diameter of particle $d(\text{cm})$	0.02
settling velocity $w_0(\text{cm/s})$	3.23

3.結果と考察：図-1に本手法による解析結果の一例を示す。図中の w_p は乱流中の沈降速度を表し、変位は定常沈降時の成分を差し引いて表示されている。高周波に対する応答が極めて鈍く、低周波成分が支配的な粒子運動を呈することが図から理解できる。図-2には、静水中の沈降速度 w_0 に対する乱流中の沈降速度 w_p の変化を示す。図中には正弦波型の変動に対する応答を比較のために示している。正弦波型モデルでは、乱れ強度の増大に伴い速度低減が見られ、周波数の増大とともに低減傾向が顕在化するのに対し、本モデルは広域におよぶ変動波形の合成波を入力とするにも関わらず、沈降速度の顕著な低下は見られない。図-3には、砂粒子応答変位のスペクトル $F_{xp}(f)$ と乱れエネルギースペクトル $F_w(f)$ とを併示したが(図中には山坂・池田³⁾による近似解も示した)、砂粒子応答変位のスペクトルは乱れエネルギーの場合と比べて速やかに低減し、高周波への応答の鈍化

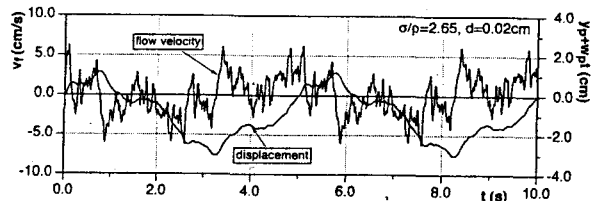


図-1 スペクトル型流速変動と砂粒子の応答時系列

を示している。このことは本モデルの沈降速度特性が、低周波の正弦波型の特性と類似していることを裏付ける結果である。このようなスペクトル特性をもとに砂粒子応答変位に基づく応答限界周波数 f_{cr} を定義し、それと関連づけて応答時間スケール（追跡時間ステップ） Δt を次式で定義した。

$$\Delta t = \frac{1}{T_x f_{cr}} ; \int_{f_{cr}}^{\infty} F_{xp}(T_x f) = \alpha_{xp} ; T_x = \frac{U_m}{L_x} \quad (4)$$

ここに、 α_{xp} ：打ち切り限界(=0.0001), L_x ：平均渦径, U_m ：平均流速であり、ここでは実験室流れのスケールを想定して、 $L_x=10\text{cm}$, $U_m=25\text{cm/s}$ とした。本計算法に基づいて算定した追跡時間ステップ Δt と粒径 d の関係を求め、さらに比重の効果を考慮して補正を行った結果を図-4および図-5にプロットした。図中の近似曲線は次式で表現される。

$$\left(\frac{\sigma/\rho + C_M}{\sigma/\rho - 1} \right) \frac{w_0 \Delta t}{L_x} = \alpha_{dt} \left(\frac{d}{L_x} \right)^2 + \beta_{dt} \frac{d}{L_x} + \gamma_{dt} \quad (5)$$

図-4(比重 $\sigma/\rho=2.65, 2.60, 1.40$)については $\alpha_{dt}=-1184.2, \beta_{dt}=48.5, \gamma_{dt}=-0.047$, 図-5(比重 $\sigma/\rho=1.03$)については、他の粒子と応答特性が若干異なり下に凸の曲線となり、 $\alpha_{dt}=3274.4, \beta_{dt}=20.3, \gamma_{dt}=-0.032$ である。砂粒子の特性量（粒径，比重）を与えれば、この図から適切な時間スケールが求められ、効率的な浮遊粒子の追跡が可能となる。

4.おわりに：本研究では、乱れエネルギースペクトルを考慮した乱れ場の時系列の数値模擬を実施して、運動方程式の数値積分により砂粒子の応答過程を追跡し、広範囲の周波数領域に分布する乱れ的作用下における砂粒子の挙動の特性を明らかにした。さらに、砂粒子の応答振幅の動的特性の検討を通じて、浮遊過程の確率過程型シミュレーションの重要なパラメータである浮遊粒子の追跡時間ステップの合理的評価を試みた。

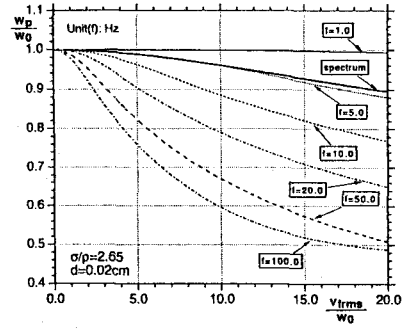


図-2 乱れの時系列が砂粒子の沈降速度に与える影響

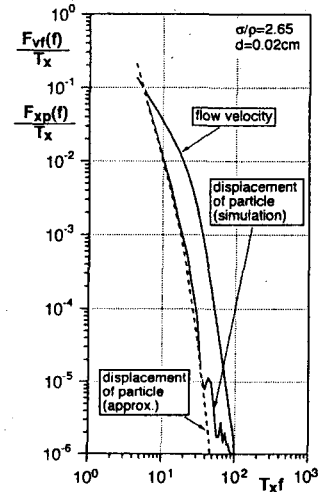


図-3 砂粒子応答変位のスペクトル

参考文献

- 1) 日野幹雄：“スペクトル解析”，統計ライブラリー，朝倉書店，300p.，1977.
- 2) 瀬津家久：開水路流の乱流構造に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1977.
- 3) 山坂昌成・池田駿介：乱れエネルギースペクトルを考慮した乱流中の球の沈降速度，土木学会論文集，第417号/II-13, pp.173-179, 1990.

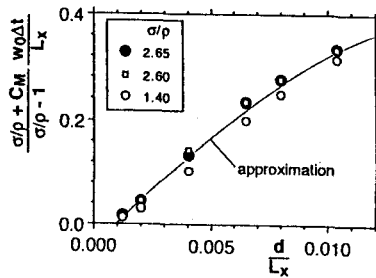


図-4 比重の効果を考慮した浮遊時間スケール

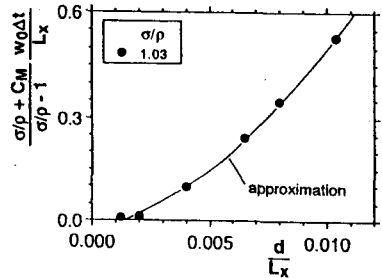


図-5 ポリスチレン粒子の浮遊時間スケール