第II部門　　山腹斜面系2次元流出モデルの構成

京都大学工学部　正員　髙棹琢馬　　京都大学工学部　正員　椎葉充晴
京都大学大学院　学生員　市川温　○　京都大学大学院　学生員　柴田研

1　本研究の目的　山腹斜面系の流出モデルを構成する際には、流れの場となる斜面の実際の地形をどういった方法で表現するかが重要な問題となる。ところが1次元モデルで斜面の地形を表現しようとすると、複雑な形状の斜面を、例えば矩形平面といったかなり単純な形状に置き換えざるを得ない。また1次元モデルでは、パラメータや降雨入力の空間的分布をモデルに取り込むことが困難である。

そこで、複雑な地形やパラメータ・降雨の空間的分布を容易にモデルに取り込むことのできる2次元モデルが必要となってくる。しかし既存の2次元モデルには、山地流域で大きな役割を果たしている中間流出現象を取り扱ったものが存在しない。

そこで本研究では、中間流・表面流を統合して扱う山腹斜面系2次元流出モデルを構成する。

2　モデルの構成

2.1　1次元モデル　導入の意味で、まず1次元モデルを構成した。ここで述べる1次元モデルでは、斜面の傾斜角が空間的に変化する。

山腹表層は透水性の高い層(A層)で覆われているものとし、その層厚をDとする。降水は直ちにA層に浸透するので、水深がDを超えるまでは流れは中間流のみであり、水深がDを超えた時にはじめて表面流が発生する。

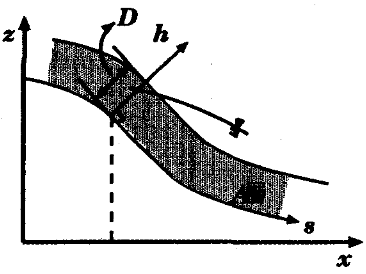

図1 1次元モデルの座標系

座標系を図1のようにとると、中間流・表面流を統合して扱える流量流積関係式は次のようになる。

$$q = \begin{cases} \frac{k}{\gamma}(\sin\theta - \frac{\partial h}{\partial s})H & (h < D) \\ \frac{k}{\gamma}(\sin\theta - \frac{\partial h}{\partial s})H \\ \quad + \frac{1}{n}(H - \gamma D)^{5/3}\sqrt{\sin\theta - \frac{\partial h}{\partial s}} & (h \geq D) \end{cases} \tag{1}$$

ただし、qは単位幅流量(m^2/sec)、γはA層の有効空隙率、kはA層の透水係数(m/sec)、nはManningの粗度係数、θは斜面の傾斜角である。また、Hは単位面積の斜面の実際の貯水高を示している。本研究ではHを実質水深と呼ぶ。

実質水深Hと水深hとの関係式は以下のようになる。

$$H = \begin{cases} \gamma h & (h < D) \\ h - D + \gamma D & (h \geq D) \end{cases} \tag{2}$$

ところで、式(1)において根号の中が負になることが考えられる。その場合は、s軸の増加する方向に水位が増加しているということだから、流れの方向はs軸の負の方向となる。このことを式(1)で扱えるように、$\sin\theta - \partial h/\partial s < 0$ならば、式(1)の$\sqrt{\sin\theta - \partial h/\partial s}$を$-\sqrt{\partial h/\partial s - \sin\theta}$で置き換える。

連続式は、浸透を無視すると次のように与えられる。

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial s} = r\cos\theta \tag{3}$$

ただし、rは有効降雨強度(m/sec)である。

連続的な斜面を数値的に扱うために空間的に離散化する。この場合、斜面をs軸ではなく、水平軸(x軸)上で等間隔になるように斜面を分割する。そうすると、各節点の次の節点までの斜面長Δs_iはそれぞれ異なる値になる。また傾斜角θ_iも異なる。本研究では、隣合う3つの節点の間ではs軸の形が、各節点のx座標、z座標からただ一つ決定される放物線であると仮定して、$\Delta s_i, \theta_i$を計算した。

2.2　2次元モデル　本研究では、流れに対する抵抗は2方向に独立にかかるものとは考えず、あくまで、流れの方向に対してにのみはたらくものと考えた。つまり、1次元モデルにおいての式(1)を2方向に与

Takuma TAKASAO, Michiharu SHIIBA, Yutaka ICHIKAWA, Gen SHIBATA

えて単位幅流量を計算するのではなく、流れの方向に対して式(1)を適用し、そして得られた3次元単位幅流量ベクトル$\boldsymbol{q}$のある2つの単位方向ベクトルへの射影をとることによって、2つの成分を持った流れを表現した。

流れの方向は、3次元空間で水面の接平面を考え、その最急勾配方向をとることによって表す。

また連続式は、斜面の単位法線ベクトルを$\boldsymbol{n}$，有効降雨強度ベクトルを$\boldsymbol{r}$とすると次のようになる。

$$\frac{\partial H}{\partial t} + div\boldsymbol{q} = \boldsymbol{r}\cdot(-\boldsymbol{n}) \tag{4}$$

連続的な斜面を1次元モデルと同様、数値的に取り扱うために空間的に離散化する。

水平面(xy平面)で、x,y軸の間隔がそれぞれ等しくなるように格子を切る。

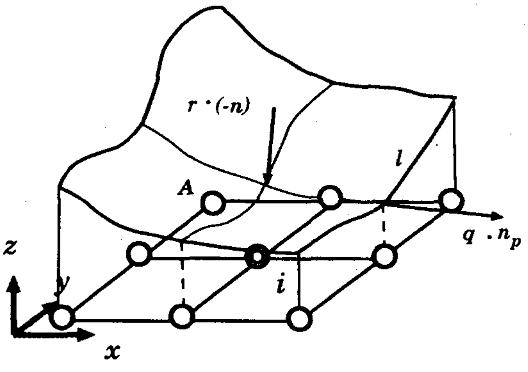

図2 計算単位

ある格子点iについて連続式(4)を図2の領域(計算単位)で、つまりx,y方向それぞれ両隣の格子点まで積分すると、この計算単位iでの水の収支の関係式に、連続式が変換される。

$$\frac{dV_i}{dt} = R_i - Q_i \tag{5}$$

ここで、V_iは計算単位上の貯水量(m^3)、R_iは計算単位への雨水の補給量(m^3/sec)、Q_iは計算単位からの流出量(m^3/sec)である。

つまり計算単位iの斜面の面積をA_iとすると

$$V_i = A_i H_i \tag{6}$$

$$R_i = A_i \boldsymbol{r}_i\cdot(-\boldsymbol{n}_i) \tag{7}$$

格子点iの隣の格子点をkとして、計算単位の境界線の長さをl_k、計算単位からの外向きの法線ベクトルを$\boldsymbol{n}_{pk}$としたら

$$Q_i = \sum_k (\boldsymbol{q}_k\cdot\boldsymbol{n}_{pk}) l_k \tag{8}$$

このように、各格子点ごとに計算単位を考えて計算を進めていくことができる。

3 数値計算例

1次元モデル、2次元モデルとも解析解との比較を行なうために矩形平面で数値計算を行なった。2次元モデルで、中間流だけが発生する条件で計算した結果を図3, 図4に示す。

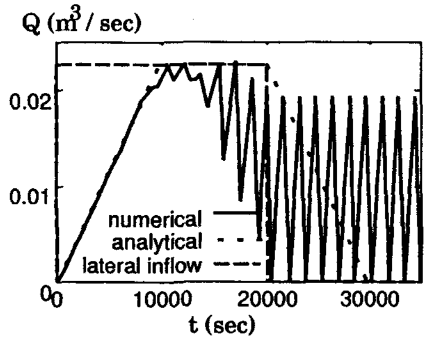

図3 数値計算例(前進型)

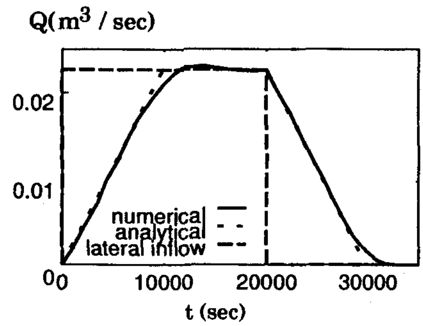

図4 数値計算例(反復型)

前進型の差分解法では安定した結果が得られなかったが、反復型の差分解法にしてみると安定した結果が得られた。

4 おわりに

2次元モデルの構成と単純な斜面での検証が行なわれた。今後は複雑な斜面への適用、そして実流域への適用を考えていきたい。