

京都大学防災研究所 正員 田中丸治哉  
阪神電気鉄道 正員 ○永原 伸彦

1. まえがき 最近 Duanら<sup>1)</sup>によって提案されたSCE-UA法 (Shuffled Complex Evolution Method) は、 Nelder and MeadのSimplex法にランダム探索、競争進化、集団混合の概念を組み合わせた大域的な最適化手法で、複数の局所的な準最適解が存在する多峰性の問題を扱えるという特長がある。本研究では、SCE-UA法をタンクモデル定数の同定に適用するとともに、この方法と従来の局所的探索法の適応性を比較検討した。

2. SCE-UA法<sup>1)</sup>  $n$ 個の探索変数を持つ目的関数を最小化する場合のアルゴリズムは、次のようにある。

- ① 集団の個数  $p$ 、各集団における点の個数  $m$  を、  $p \geq 1$  および  $m \geq n+1$  を満たすように選択する。
  - ② 探索空間  $\Omega \subset R^n$  から  $s$  個 ( $s = pm$ ) の点  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, s$  をランダムに抽出し、各点  $x_i$  における関数値  $f_i$  を計算する。
  - ③  $s$  個の点を関数値が増えていく順に並べ換える、これらを配列  $D = \{x_i, f_i, i = 1, \dots, s\}$  に記憶させる。
  - ④  $D$  を  $p$  個の集団  $A^1, \dots, A^p$  に分割する。各集団は、次のような  $m$  個の点を含む。  

$$A^k = \{x_j^k, f_j^k | x_j^k = x_{i+p(j-1)}, f_j^k = f_{i+p(j-1)}, j = 1, \dots, m\}$$
  - ⑤ 集団  $A^k, k = 1, \dots, p$  に含まれる点を後述するCCE (Competitive Complex Evolution) アルゴリズムによって修正する。
  - ⑥ 集団を次のように混ぜ合わせる。すなわち  $A^1, \dots, A^p$  を配列  $D = \{A^k, k = 1, \dots, p\}$  に入れ、  $D$  に含まれる  $s$  個の点を関数値が増えていく順番に並べ換える。
  - ⑦ 収束判定基準が満たされれば関数値が最小の点を解として終了し、そうでなければステップ④に戻る。
- 集団  $A^k, k = 1, \dots, p$  に含まれる  $m$  個の点を修正するためのCCEアルゴリズムは、以下の通りである。
- ①  $q, \alpha, \beta$  を選択する。ここに、  $2 \leq q \leq m$ ,  $\alpha \geq 1$ ,  $\beta \geq 1$  である。
  - ②  $A^k$  に含まれる各点に、台形分布  $\rho_i = \frac{2(m+1-i)}{m(m+1)}$ ,  $i = 1, \dots, m$  で与えられる選択確率を割り当てる。
  - ③  $A^k$  から  $q$  個の点  $u_1, \dots, u_q$  を先に定めた選択確率に従ってランダムに選び、これらを配列  $B = \{u_i, v_i, i = 1, \dots, q\}$  に記憶させる。ここに、  $v_i$  は点  $u_i$  における関数値である。
  - ④ 配列  $B$  に含まれる点を親として、次の手順に従って子孫を生成する。
    - (a)  $q$  個の点を関数値が増えていく順番に並べ換え、  $u_j, j = 1, \dots, q-1$  の図心  $g = \frac{1}{q-1} \sum_{j=1}^{q-1} u_j$  を求める。
    - (b) 新しい点  $r = 2g - u_q$  を計算する (鏡像ステップ)。
    - (c)  $r$  が探索空間  $\Omega$  に含まれているならば、関数値  $f_r$  を計算してステップ(d)に行く。そうでなければ、  $A^k$  の全ての点を含む最小の多面体  $H \subset R^n$  を計算して、  $H$  内にランダムに点  $z$  を生成する。そして関数値  $f_z$  を計算し、  $r = z, f_r = f_z$  とする (突然変異ステップ)。
    - (d) もし  $f_r < f_q$  ならば  $u_q$  を  $r$  で置き換え、ステップ(f)に行く。そうでなければ、  $c = \frac{(g + u_q)}{2}$ ,  $f_c$  を計算する (収縮ステップ)。
    - (e) もし  $f_c < f_q$  ならば、  $u_q$  を  $c$  で置き換え、ステップ(f)に行く。そうでなければ、  $H$  内にランダムに点  $z$  を生成し、関数値  $f_z$  を計算して、  $u_q$  を  $z$  で置き換える (突然変異ステップ)。
    - (f) ステップ(a)～(e)を  $\alpha$  回繰り返す。
  - ⑤  $A^k$  内の  $B$  を構成する点 (親) を修正後の点 (子孫) で置き換える。次いで、  $A^k$  に含まれる  $m$  個の点を関数値が増えていく順番に並べ換える。
  - ⑥ ステップ②～⑤を  $\beta$  回繰り返す。

Duanらの論文では、 $m = (2n+1)$ ,  $q = (n+1)$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\beta = (2n+1)$ が用いられており、本研究においてもこれらの値を用いることとした。また集団数  $p$  は6とした。

3. 適用方法 本研究では、菅原の直列4段タンクモデル（図-1）の同定を数値実験的に試みる。ここでは、初期水深を含めて16個ある未知定数をSCE-UA法と局所的探索法の一つであるSimplex法により同定する。誤差評価関数には、最小  $\chi^2$  誤差評価基準を採用した。また、全ての未知定数の下限値は0とし、上限値は、A1～A5は0.6, 0.6, 0.3, 0.1, 0.01, B1～B3は0.6, 0.3, 0.1, Z1～Z4は100, 60, 30, 30, S1～S4は100, 100, 100, 1000とした（mm-d単位）。これらの条件および各タンクの流出孔定数、浸透孔定数の和が1を超えないなどの条件は、ペナルティ関数を用いて導入した。なお収束判定には、 $\chi^2$  誤差が  $5 \times 10^{-5}$  を下回ったときに計算を終了させる目的関数収束と、探索空間に配置された全ての点が、いずれかの定数について探索範囲の1/1000の微小な範囲に収束したときに計算を終了させるパラメータ収束の2つを用いた。

4. 適用結果 解析に用いた資料は、淀川水系木津川上流の青蓮寺ダム流域の流域平均日降水量、月平均日蒸発量（1982, 1983年）で、流量資料には、あらかじめ適当な定数（真値）を設定したタンクモデルに先の降水量、蒸発量を入力して得た日流出高を用いた。図-2, 3はそれぞれ探索出発点をランダムに設けたSimplex法とSCE-UA法による同定結果（10回分の試行結果）を基準化された定数值で示したもので、□は真値を示している。Simplex法では、同定値は真値の近傍に収束せず、試行ごとのばらつきも大きい。一方、SCE-UA法では、どの試行においても同定値が真値の近傍によく収束しており、探索出発点に関わらず同定値はほぼ一意に求まっていることが分かる。この結果より、SCE-UA法は、タンクモデル定数の大域的探索にかなり有効な手法であるといえる。

【参考文献】 1) Qingyun Duan, Soroosh Sorooshian, and Vijai Gupta : Effective and Efficient Global Optimization for Conceptual Rainfall-Runoff Models, Water Resources Research, Vol.28, No.4, 1992, pp.1015-1031.

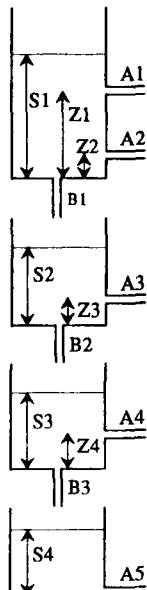


図-1 タンクモデル

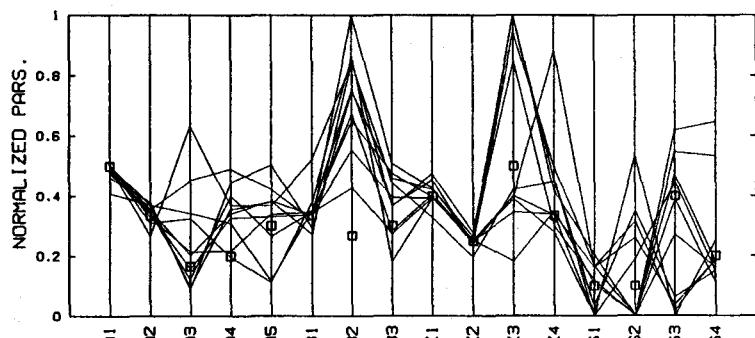


図-2 Simplex法で同定した基準化定数値

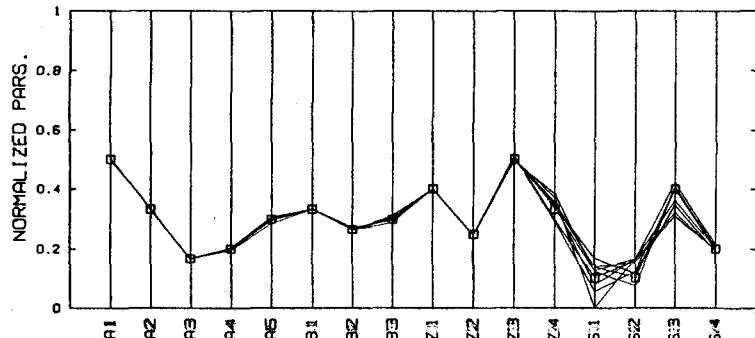


図-3 SCE-UA法で同定した基準化定数値