

## 第IV部門 ネットワークトポロジー理論にもとづく工程計画モデルに関する研究

立命館大学 正員 春名 攻  
兵庫県 正員 ○荒川 和久  
立命館大学大学院 学生員 山田 幸一郎

### 1. はじめに

本研究では、現場マネジメント業務の中でも、中核的業務として位置づけられる工程計画業務に着目し、数理計画モデルを導入した工程計画のシステム化のための理論検討を行うこととした。

特に、本論文では、まず、計画者が過去の経験や資源の運用・転用といった問題を考慮してヒューリスティックに決定していた管理的な施工順序の決定問題に着目するとともに、工事資源が管理的順序関係の決定に大きな影響を与えていたものと考えれば、効率的な資源運用を考慮した、最適化という問題に対しても検討を加えていく必要があると考えた。

そこで、本研究では、我々がこれまでに基礎的研究として開発してきた、ネットワークトポロジーの理論検討をベースとする、新しいタイプの資源割り付けモデルに関する検討を行った。

### 2. 効率的な施工順序決定方法に関する検討

ここでは、我々がこれまでに基礎的研究として開発してきた、ネットワークにおける作業間の順序関係をより操作性の高いものとして、取り扱っていくネットワークトポロジー的な数理計画モデルを施工の順序関係決定モデルにも適用することによって、より効率的な施工順序決定問題の解法の方法について述べることとともに、工事への投入可能な資源量の制約のもとで最小工期を与える工程計画の作成方法について述べることとする。

#### (1) 技術的順序と管理的順序に関する考察

建設工事においては、技術上の問題から工事施工に関わる基本的な順序関係として一意に与えられる技術的順序と、工期の短縮や資源の効率的運用を考えて計画者が任意に設定を行う管理的順序の2種類の順序関係が存在している。この管理的順序関係

は、新たな順序関係を設定しない限り、多くの同時施工を許可することになり、工期短縮を実行することができても使用資源が集中するといったリスクを負うことになる。工程計画・管理では、契約工期と資源の量的制約が課された状態で、主要資源の投入効率を最大にすることが要求されるが、順序関係の問題はこの管理的順序関係に他ならず、その設定及び決定の方法は今日的課題として残されている。

#### (2) 最適工程計画の作成に関する検討

##### (a) 本モデルの解法方法に関する検討

工程計画の最適化を考えていくうえでは、やはり管理的な順序関係に着目し、この順序関係を如何に合理的・効率的に決定していくかが重要であると考える。

理論的には、管理的順序関係の決定問題は、順序組み合わせの探索問題である。この組み合わせ問題の有効な手段として、ブランチバウンド法がある。しかし、対象となる工程ネットワークが大きくなるにしたがって、新たに付加される順序組み合わせも膨大な数になるとともに、複雑な組み合わせ問題となり、コンピュータ利用において、最適解がでたとしても、なかなか効率的な方法であるとはいいがたい。つまり、より合理的・効率的に最適解を決定するためには、組み合わせを極力減らし、コンピュータの特性を有効に活用できる数値演算形態にしていく必要があると考えた。そこで、本研究では、これらの考えを念頭にいれ、これまでにも述べてきたネットワークトポロジーのカット理論に注目することとした。

そこで、これらの考えを図-1に示すような5段階の処理プロセスに沿って求めていくこととし、本モデルの内容をこの処理プロセスに沿って説明していくこととする。また、ここでは、問題の内容や理

論的検討をわかりやすく説明するために、図-2に示すような工程の要件が与えられた場合をとりあげて理論的検討内容とその有効性についての検討を行うこととする。

#### (b) カット探索方法

本研究では、従来のPERT/CPMにおいて定義されているカット概念に着目することとした。このカット概念は「ネットワークにおける全ての経路(パス)を同時に短縮することが可能な作業の集合」として捉えられてきたが、本研究では、このカット概念を理論上、「同時施工が可能な作業の集合」として再認識することとした。このことによって、容易に設定すべき順序関係の組合せを作り出すことが可能であり、また、これらのカットに含まれる作業間に順序関係を設定することが可能であることが理解できると考えた。そこで、本研究では、前述したカットを求めるにあたっての、カットの持つべき要件を、

①任意のカット  $C_i$  は、つねに工程ネットワークを2分する。

②カット  $C_i$  に含まれる作業間には、順序関係を存在させない。

の2つの条件を考えることとし、このような必要条件を満たすものを本研究におけるカットとするここととする。

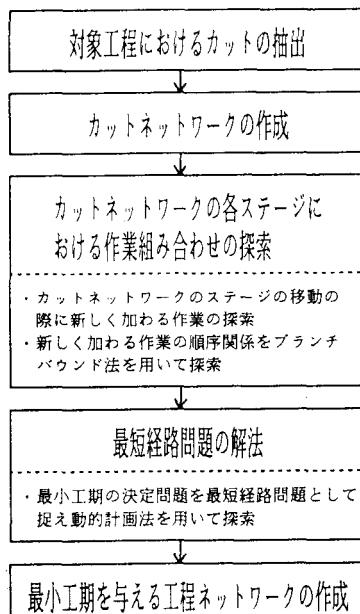


図-1 最小工期探索モデルの検討フロー

件を満足するものを本研究におけるカットとすることとする。

次に、上述の①、②の条件を満たすカットの探索方法であるが、本研究では、従来から考えられていた、グラフ理論を用いた方法に変わる新しい方法として、ネットワークプランニングをする際、初期条件として与えられる<作業リスト>だけを用いて作ることが可能な関係行列から先行・可達行列(先行・可達行列とは、先行行列と可達行列を合成したものである。)を作成し、この<先行・可達行列>を利用し、カットを探索する方法である。

つまり、作業リストをもとに作成した先行・可達行列において、ある作業  $J_i$  の行ベクトル  $M_L(J_i)$  に注目し、そのベクトル要素  $a_{ij} = 0$  に対応する作業を全て抽出する。そして、いま抽出した作業を  $J_k$  とすると、 $J_k$  の行ベクトル  $M_L(J_k)$  と、さきの  $M_L(J_i)$  を、ブール則 ( $0 + 0 = 0, 1 + 0 = 1, 1 + 1 = 1$ ) を適用して、足し合わせて新たにできた行ベクトル  $\{M_L(J_i) + M_L(J_k)\}$ において、

$$\{M_L(J_i) + M_L(J_k)\} = [a_{ij} + a_{kj}] = \begin{cases} 1 : J_i, J_k の要素 \\ 0 : それ以外の作業の要素 \end{cases}$$

を満足するものを、カットとみなすこととする。

つまり、 $\{M_L(J_i) + M_L(J_k)\}$  のベクトル要素において、 $J_i$  と  $J_k$  だけが 0 で、それ以外が全て 1 であれば、 $J_i$  と  $J_k$  は順序関係を持たず、また、 $J_i$  と  $J_k$  の可達集合、先行集合の和はネットワークを構成する全ての作業を含んでいる。すなわち、本研究におけるカットの必要条件である①、②を満たしており、カットであるとみなすことができる。

このような方法を用いて、例題についてカットを求めたところ7つのカットが探索された。結果を図-2示す。

#### c) カットネットワークへの等価変換

本研究では、カットをそれぞれ単独で扱わずに、カットの相互関係を考慮して行くこととした。

つまり、カットがあくまでも作業の集合に対応して求められることに着目すれば、「作業のもつ順序関係を写像したカット間の順序関係」も存在するはずである。つまり、カット上の作業の順序関係を集

約すれば、カットも工程ネットワークの作業と同様に順序関係を持つこととなり、もとの工程ネットワークの順序関係が保存されることになる。

つまり、工程ネットワークにおける作業の順序関係は、そのままカット間の関係においても成立しているのである。

さて、上述の関係を用いれば、図-3に示すように、カットも、工程ネットワークと同様に、1つのネットワーク構造（以後、カットネットワークと呼ぶ）として描くことが可能である。

また、定義されたカットが工程上で交錯する場合は、それらカット間の順序関係は、存在しない状態であることがわかる。また、言い方を変えれば、カットネットワークはカット同士が交錯しないように、工程ネットワークの始点から順次取り出した複数の経路を重ね合わせたものから成り立っているとも言える。このことから、カットネットワークの特性をまとめると、次のようである。

- ・始点と終点を結ぶ任意の1経路は、もとの全作業を含んでいる。

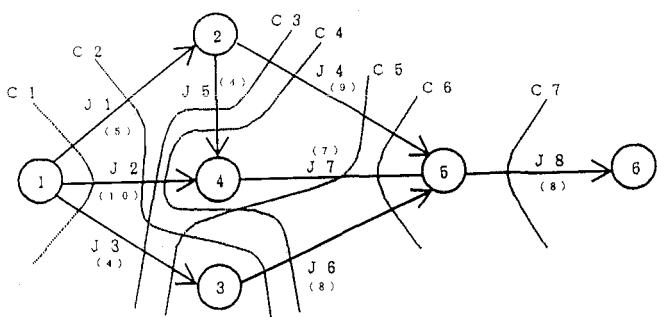


図-2 検討対象ネットワークとカット

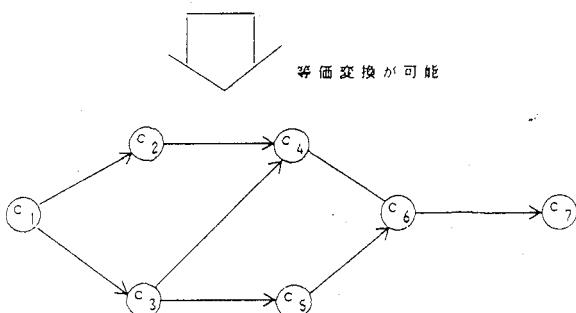


図-3 対象工程におけるカットネットワーク

- ・経路の順序は、工程ネットワークの順序関係を保持している。

以上のような、カットの有機的な関係を考慮したカットネットワークを利用して、資源割り付けモデルについて検討することとした。

#### (D) カットネットワークの各ステージにおける作業組合せの探索方法について

これまで工程計画の最適化を目指した作業の順序組合せ問題の解法として、ブランチバウンド法が有効な手法であったが、しかし、対象となる工程ネットワークが大きくなるにしたがって、新たに付加される順序組み合わせも膨大な数になるとともに、複雑な組み合わせ問題となり、コンピュータ利用において、最適解がでたとしてもその探索に時間がかかり効率的な方法であるとはいがたかった。そこで、より合理的、効率的に最適解を決定するためには、作業の組み合わせ操作を極力減らし、コンピュータの特性を有効に活用できる数値演算形態にしていく必要があると考えた。

そこで、本研究においては、図-4に示すような

カットネットワークにおける各ステージに含まれるカット  $C_i$  について、ブランチバウンド法を適用することとした。つまり、各カットに含まれる作業を資源制約を条件としてブランチを行なった。

ここで、各ステージにおけるカットに含まれる作業のブランチの方法であるが、わかりやすく説明するために、ステージ1からステージ2に関しての一例をとって説明していくこととする。また、ブランチを行なう際の条件として、資源制約を2とする。

ステージが一つ進んだときのカットの移動の一例として、 $C_1$ から $C_2$ の移動について考える。

その際に、カットが $C_1$ から $C_2$ に移動するときにカットに含まれる作業の変動は、 $C_1 \{ J_1, J_2, J_3 \} \rightarrow C_2 \{ J_2, J_3, J_4, J_5 \}$  となり、新

たに加わる作業は、J4, J5となる。つまり、その新しく加わってくる作業を前ステージのカットC1までで決められた順序関係の後につけて加えることになる。プランチの対象となる作業は、C2カットに含まれるJ4, J5だけである。

しかし、このように求められた組み合わせを前のステージ（ここではステージ1）までの順序関係につけて加えるだけでは、不十分であると考えられる。なぜなら、新たなステージで決められた順序組み合わせが、前ステージで決められた作業のどの作業の後に、どのようにつけ加えるべきであるかという検討ができないからである。

そこで、今回は、同じ資源Sであっても資源に番号をつけ種類を区別（S1, S2）することにより、その資源の種類も含めた形で新しいステージでの組み合わせを決定していくこととした。その例として、資源制約が2つの時の場合を下に示す。

1) 資源S1: J4

資源S2: J5

2) 資源S1: J5

資源S2: J4

3) 資源S1: J4→J5

資源S2:

4) 資源S1: J5→J4

資源S2:

5) 資源S1:

資源S2: J4→J5

6) 資源S1:

資源S2: J5→J4

このような方法で、各ステージにおいて  
プランチを行ない図-4に示すような経  
路問題として、動的計画法を用いて解く  
ことが可能である。

#### (E) 動的計画法による最小工期の探索

本研究では、各ステージに含まれる新  
しい作業の組み合わせ日数を結ぶ経路を、  
最短経路問題として動的計画法を用いて  
解くこととした。また、各経路日数は、  
各カットに含まれる作業を、資源制約を

考慮したうえで、プランチバウンド法を適用した作業の組み合わせ日数とする。この経路問題を動的計画法を用いて解くと、最小工期32日が得られ、図-5に示すような3つの最適工程計画案が作成された。

### 3. おわりに

本論文では、ネットワークトポロジーの理論を、資源割り付けモデルへ適用することによって、その有効性を示した。特に、ネットワーク理論のトポロジカルな特性を、数理計画モデルに組み込むことによって、より合目的・効率的なモデルへと向上させることができになり、コンピュータでの処理速度および実行可能性が高められたと考える。

今後は、これまで、計画者が判断して決定していた施工順序の決定問題を援助していくためにもこの理論モデルの実用性への検討を図りたいと考える。

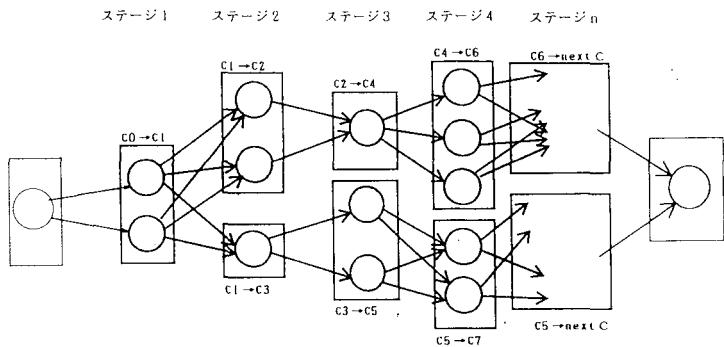


図-4 DPにおける探索経路イメージ図

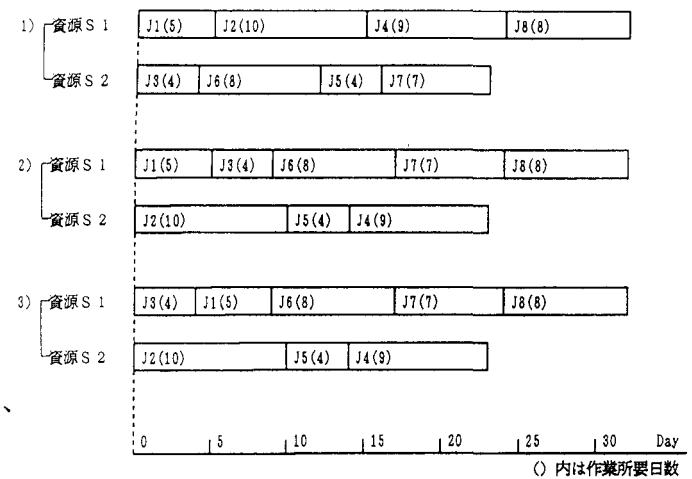


図-5 最適工程計画案