

大阪大学工学部 正員 ○小田 和広

大阪大学工学部 正員 松井 保

### 1. まえがき

土を連続体として取り扱う場合、せん断帯や破壊モード等の問題を取り扱うことは困難である。それは、これらの問題が土が土粒子の集合で構成されているということに起因しているからである。近年、個別要素法等のように微視的な視点から土を粒子の集合体として取り扱う研究が盛んに行われている。しかし、微視的な視点から土を取り扱う研究と土の巨視的な挙動を結び付ける方法の研究は行われていない。そこで、本研究は、材料の持つ極性の影響を考慮した連続体の力学、すなわちコッセラ連続体理論を支持力の問題に適用し、コッセラ連続体理論の特徴について検討を行うものである。

### 2. コッセラ連続体

コッセラ連続体とは、通常の連続体理論を角運動による回転の効果を考慮できるように拡張した連続体理論の1つである。すなわち、材料の構成要素自身が材料全体の変形などと無関係に変形や剛体回転しうる連続体理論である。以下に、xy平面を対象とした平面ひずみ問題に問題を限り説明を進めて行く。平面ひずみ問題を対象とする場合、考慮すべき自由度は、平面内の2つの変位成分( $u_x, u_y$ )および平面に直行する軸(z軸)を回転軸とする回転成分( $\omega_z$ )である。したがって、1節点当たりの自由度は合計3つとなる。ひずみは以下のように定義される<sup>1) 2)</sup>。

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \omega_z \quad \text{および} \quad \varepsilon_{yx} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \omega_z \quad (1)$$

ここで、 $u_x$ および $u_y$ はマクロ変位、 $\omega_z$ はマイクロ回転を表している。直ひずみの定義式は通常の連続体理論におけるものと変りはないが、せん断ひずみの定義式には $\omega_z$ の項が付加されている。このため、せん断ひずみは対称にならないことが分かる。また、回転勾配を以下の式で定義する。

$$\kappa_{xz} = \frac{\partial \omega_z}{\partial x} \quad \text{および} \quad \kappa_{yz} = \frac{\partial \omega_z}{\partial y} \quad (2)$$

図-1はコッセラ連続体における応力と偶応力の関係を示している。偶応力が作用しているため、せん断応力は共役の関係にならない。

弾性状態における応力とひずみの関係は次式で与えられる。

$$\sigma_{kl} = \lambda \varepsilon_{\pi} \delta_{kl} + (\mu + \mu_c) \varepsilon_{kl} + (\mu - \mu_c) \varepsilon_{lk} \quad \text{および} \quad m_{kl} / \ell = 2\mu \kappa_{kl} \quad (3)$$

ここで、 $\lambda$ および $\kappa$ はラーメの定数である。 $\mu_c$ および $\ell$ はコッセラ連続体理論において新たに導入される材料定数である。特に $\ell$ はスケールパラメータと呼ばれ、長さの次元を持つパラメータである。

### 3. 数値解析

有限要素法を用いて解析を行っている。今回用いた解析手法には以下のような特徴がある。①有限要素は2次の三角形要素<sup>3)</sup>を用いている。②一般化リターンマッピング手法<sup>4)</sup>および弧長増分法<sup>5)</sup>を用いている。③弾塑性構成関係としてvon Misesタイプの降伏関数と関連流れ則を用いている<sup>2)</sup>。図-2は解析モデルを示している。幅Bの剛なフーチングの上に等分布

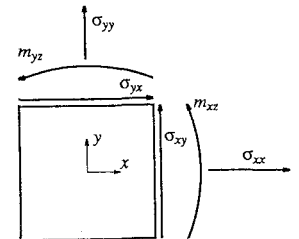


図-1 応力と偶応力の関係

荷重 $q$ を与え解析を行った。モデルの境界条件は、左右の境界で水平変位およびマイクロ回転を固定、モデル底面において鉛直変位、水平変位およびマイクロ回転を固定

表-1 解析ケース

|          |               |
|----------|---------------|
| Case - A | 通常の連続体        |
| Case - B | $l/B = 0.025$ |
| Case - C | $l/B = 0.25$  |

している。表-1は解析ケースを示している。図-3は荷重重とフーチングの沈下量の関係を示している。図中の直線はプラントルの解を示している。通常の連続体理論を用いた解析結果はプラントルの解よりも大きな値

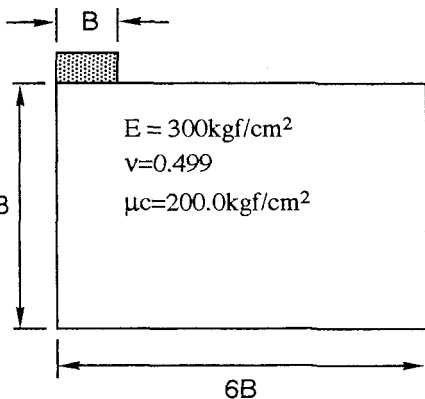


図-2 解析モデル

を示している。これは、モデルの境界条件の影響によるものであると考えられる。また、Case-A とCase-Bの荷重-沈下量関係は一致しており、理論の違いによる影響が認められない。Case-Cは他のケースに比較して同一沈下量に対して大きな荷重を与えている。これは、スケールパラメータの値が大きいため、回転が制限されるためであると考えられる。図-4は各ケースの最終段階でのせん断ひずみの分布を示している。図中の黒い部分はせん断ひずみが5%以上の部分を示している。Case-A とCase-Bのせん断ひずみの分布はほとんど一致している。Case-A とCase-Bではフーチング縁端部直下において鉛直下方にせん断ひずみが進展しているがCase-Cではそのような傾向は見られない。また、フーチング縁端から中心軸方向へ進展しているせん断ひずみの幅は、いずれのケースにおいても大きな差は認められない。

参考文献：1) 大南正瑛 (編著), 1980: マイクロメカニクス入門 2) de Borst, R. & L. J. Sluys, 1991: Localisation in a Cosserat continuum under static and dynamic loading conditions, Com. Meth. App. Mech. Eng. 90, pp.805-827 3) 川井忠彦 (監訳), 1978: 応用有限要素法 4) Ortiz, M. & J. C. Simo, 1986: An analysis of a new class of integration algorithms for elasto-plastic constitutive relation, Int. J. Num. Meth. Eng. vol.23, pp.353-366 5) Crisfield, M. A., 1981: A fast incremental/iterative solution procedure that handles "Snap-Through", Com. Struc. vol. 13, pp.55-62

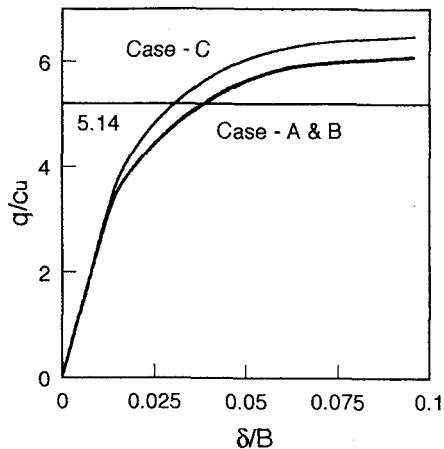


図-3 荷重重とフーチングの沈下量の関係

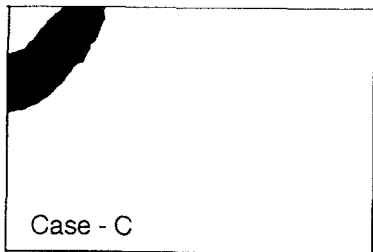
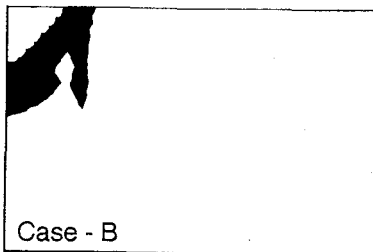
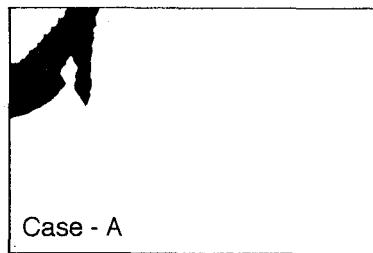


図-4 せん断ひずみの分布