

1. はじめに

波動場中における浮遊粒子の挙動は、ミクロスケールの現象である。しかし、地形変化などのマクロスケールの現象を精度良く数学的に説明するためには、観測や実験などで測定不可能なミクロスケールの物理現象の解明が必要である。例えば、浮遊漂砂の挙動を説明する数学モデルに移流拡散方程式がある。この式は、ある拡散係数と基準点濃度を与えてやると数学的にはかなり高精度で解を求めることができる。しかしながらその解は当然、拡散係数と基準点濃度に大きく依存し、この数学モデルの精度は、拡散係数と基準点濃度の精度に左右される。拡散係数と基準点濃度は、実験的にある程度の精度では測定されるものの、数学的な検討を行うためには、底質の巻き上がり機構や波動場内での底質粒子の運動などミクロスケールの物理現象を数学的に解明しておく必要がある。

本研究では、波動場中における浮遊粒子の挙動について検討できるように波動流体中の粒子の運動方程式を Runge-Kutta 法を用いて時系列的に解析した。この際、通常影響が小さいとして無視される Basset 項を考慮して粒子の挙動に対する Basset 項の影響について示した。また、粒子に作用する各項に関係する流体力の時系列について示し、各流体力の寄与率や定常流体力を受けるまでの時間（初期条件の影響範囲）についても検討を行った。

2. 浮遊粒子の運動方程式

本解析において用いた流体中に浮遊する球の運動方程式について、鉛直方向のみの式を示すと次式のようである。

$$\frac{dw_s}{dt} = \frac{3}{4} \frac{1}{\rho_s + C_M} C_D K_c |w_f - w_s| (w_f - w_s) + \frac{1 + C_M}{\rho_s + C_M} \frac{dw_f}{dt} - \frac{\rho_s - 1}{\rho_s + C_M} g + \frac{9}{\rho_s + C_M} \frac{1}{\sqrt{\pi R_e / K_c}} \int_{t_0}^t \frac{d}{d\tau} (w_f - w_s) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}} \quad (1)$$

$$t = t^* \sigma^* \quad (w_s, w_f) = (w_s^*, w_f^*) / w_{s0}^* \quad (\rho_s, \rho_f) = (\rho_s^*, \rho_f^*) / \rho_f^* \quad g = g^* / (w_{s0}^* \sigma^*)$$

$$K_c = \frac{w_{s0}^*}{d^* \sigma^*} \quad R_e = \frac{w_{s0}^* d^*}{\nu^*}$$

ここに、上添字*は次元量で、 t^* : 時間、 σ^* : 入射波の角周波数、 (w_s^*, w_f^*) , (ρ_s^*, ρ_f^*) は、それぞれ粒子と流体の鉛直速度と密度を示し、 g^* : 重力加速度、 w_{s0}^* : 静水中での定常沈降速度、 d^* : 粒子の直径、 ν^* : 動粘性係数を示す。(1)式において、右辺第1項目が抗力項であり、第2項目が流体の圧力勾配による項、第3項目は重力項、第4項目は Basset 項と呼ばれる物体の表面抵抗を表す項である。(1)式より Basset 項は、定常流中で粒子も定常的な運動をしている場合は作用しないが、流体あるいは粒子のどちらか一方でも非定常な運動（加速度運動）をすると粒子に作用することが分かる。抗力係数 C_D については、 R_e が 10^4 程度まで精度が確かめられている Rouse の提案した次式で算定した。

$$C_D = \frac{24}{R_e} \left(\frac{1}{|w_f - w_s|} + \frac{0.152\sqrt{R_e}}{\sqrt{|w_f - w_s|}} + 0.0151 R_e \right) \quad (2)$$

(2) 式を (1) 式に代入して定常を仮定すると静水中の定常沈降速度 w_{s0}^* を求めることができる。

3. 波動場中の浮遊粒子の運動

Masanobu ONO, Ichiro DEGUCHI, Toru SAWARAGI

波動場中の
浮遊粒子の軌
跡は、(1)
式を任意の初
期条件の下で
4 次 Runge-
Kutta 法によ
って解析を行
った。時間ス
テップは、周
期の1/100以下
に設定した。

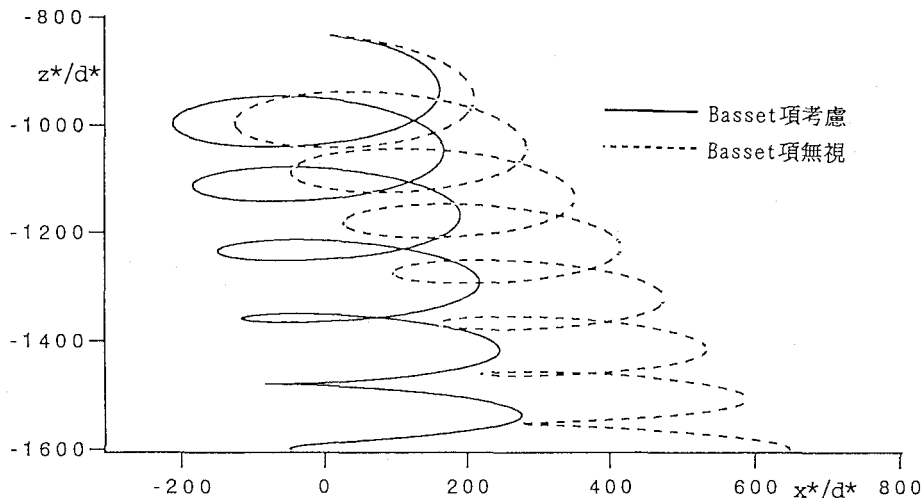
図1は、波動
場中における

浮遊粒子の軌 図1 波動場中における浮遊粒子の軌跡

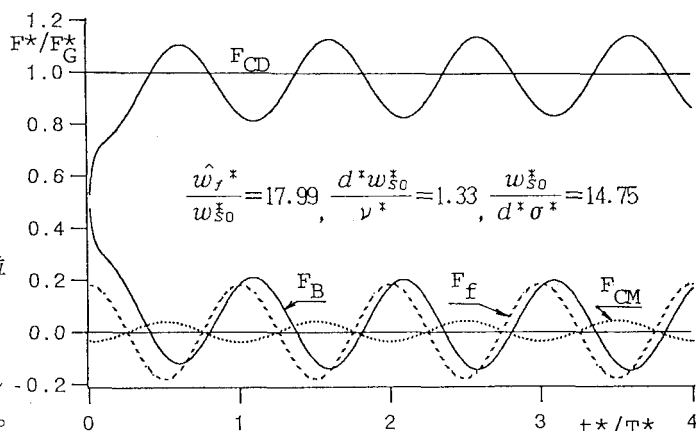
跡を示すものである。座標系は、水
表面に原点をとり鉛直上方を正とし
た。次元量で計算条件を示すと水深
 $h^*=20\text{cm}$ 、周期 $T^*=1.0\text{sec}$ 波高 $H^*=5\text{cm}$
の波動場において、 $z^*=-10\text{cm}$ の地点
で波の峰が粒子の真上を通る時間を
 $t_0^*=0\text{sec}$ として粒径 $d^*=0.012\text{cm}$ の粒
子を初速度 0cm/sec で解放した後の粒
子の軌跡を示している。流速場につ
いては、微小振幅波理論で与えた。
また、図中には、Basset 項を無視し
た場合の計算結果も併せ示している。

図より Basset 項を考慮するか否か

図2 鉛直振動流中を運動する粒子に作用する各流体力の時間変化
で両者の軌跡はかなり異なってくるのがわかる。両者の底までの到達時間は、Basset 項を考慮しない場
合 $t^*/T^*=8.02$ で、考慮した場合は 6.37 となり、Basset 項を考慮した場合の方が速く沈降していることがわ
かる。このように粒子が沈降していくに従って流体運動場が変化する場合、かなり現象が複雑となるこ
とから、次に鉛直1次元の場合の振動流中における粒子の運動に基づいて浮遊粒子に作用する流体力の計
算を行った。計算条件は図中に示す。図2は、振動流中を運動する粒子に作用する流体力の時間変化を示
す。振動流中の粒子に作用する流体力は、付加質量力 F_{CM} 、抗力 F_{CD} 、流体の圧力勾配による力 F_f 、Bas
set 項に基づく力 F_B そして重力 F_G の5つで、上向きの力を正にとり示している。図2中のそれぞれの
流体力は、粒子に常に作用している重力によって無次元化されている。図より Basset 項による流体力は
重力あるいは抗力の20%程度の振幅を持ち周期変動し、その位相は流体の加速度運動に対して少し遅れて
いることがわかる。この位相遅れは、Basset 項の積分中の粒子の加速度に関する項の影響である。また、
 F_B は正のバイアスを持ち、これによって図1に示される沈降時間の差が表れたものと考えられる。更に、
運動の初期に Basset 項の影響は大きく、粒子が定常流体力を受けるまでに必要な時間はほぼ1周期程度
である。このことは、ほぼ1周期毎に流体運動場が異なる不規則波中における粒子の挙動に対して、規則
波の場合よりも Basset 項がかなり卓越してくるものと考えられる。



$$\frac{h^*}{w_{s0}^* T^*} = 17.99, \quad \frac{d^* w_{s0}^*}{\nu^*} = 1.33, \quad \frac{w_{s0}^*}{d^* \sigma^*} = 14.75$$



$$\frac{\hat{w}_f^*}{w_{s0}^*} = 17.99, \quad \frac{d^* w_{s0}^*}{\nu^*} = 1.33, \quad \frac{w_{s0}^*}{d^* \sigma^*} = 14.75$$