

1. はじめに

正弦的に変化する海底地形において、海底起伏の波長が表面波の波長の半分となるような場合に強く生じる共鳴 Bragg 散乱についての研究は、Davies and Heathershaw (1984) および Mei (1985) などによってそのメカニズムが解明され、さらに Kirby (1986) によってより一般的な波動方程式が導かれた。しかし、透水性を有する海底地盤や透過性潜堤が設置された場では、これらの理論をそのまま適用することはできない。本研究では、起伏を有する透水層上での波動方程式を導き、共鳴 Bragg 散乱における透水性の影響を調べることを目的とする。

2. 波動方程式の誘導

いま、図-1 に示すような不透過底面上に、空間変動のスケールが波長のオーダーである起伏を有する透水層が堆積している場での海底地形上での表面重力波を考える。全水深と平均水深、全透水層厚と平均透水層厚との関係は

$$h'(\bar{x}) = h(\bar{x}) - \delta(\bar{x}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$h_s'(\bar{x}) = h_s(\bar{x}) + \delta(\bar{x}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

である。領域 (I) の $-h' \leq z \leq 0$ における基礎式および境界条件式を $-h \leq z \leq 0$ について書き下すと

$$\nabla_h^2 \phi + \phi_{zz} = 0; \quad -h \leq z \leq 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\phi_h + g\phi_z = 0; \quad z = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\phi_z = -\nabla_h h \cdot \nabla_h \phi + \nabla_h \cdot (\delta \nabla_h \phi) + w^{(I)}; \quad z = -h \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$p^{(I)} = -\rho(\phi_t + gz); \quad -h \leq z \leq 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。領域 (II) について渦なし流れを仮定し、速度ポテンシャル φ を導入して連続式、運動方程式および境界条件式を書けば次のようになる。

$$\nabla_h^2 \varphi + \varphi_{zz} = 0; \quad -(h+h_s) \leq z \leq -h \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$p^{(II)} = -\rho\left(\frac{\tau}{n}\varphi_t + gz + f\frac{\omega}{n}\varphi\right); \quad -(h+h_s) \leq z \leq -h \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\varphi_z = -\nabla_h h \cdot \nabla_h \varphi + \nabla_h \cdot (\delta \nabla_h \varphi) + w^{(II)}; \quad z = -h \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\varphi_z = -\nabla_h (h+h_s) \cdot \nabla_h \varphi; \quad z = -(h+h_s) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで f : 線形抵抗係数, τ : 慣性係数, n : 間隙率である。領域 (I) と領域 (II) との境界における適合条件は、圧力および鉛直流量流速が等しいことより

$$p^{(I)} = p^{(II)} \Rightarrow \phi_t = \frac{\tau}{n}\varphi_t + f\frac{\omega}{n}\varphi; \quad z = -h \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$w^{(I)} = w^{(II)} \Rightarrow \phi_z + \nabla_h h \cdot \nabla_h \phi - \nabla \cdot (\delta \nabla_h \phi) = \varphi_z + \nabla_h h \cdot \nabla_h \varphi - \nabla_h \cdot (\delta \nabla_h \varphi); \quad z = -h \quad \dots\dots (12)$$

となる。水平床の場合において、鉛直分布関数 $f^{(I)}$ および $f^{(II)}$ を求めると、

$$f^{(I)} = \frac{1}{D} \{ \cosh kh_s \cosh k(h+z) + \gamma \sinh kh_s \sinh k(h+z) \} \quad \dots\dots\dots (13)$$

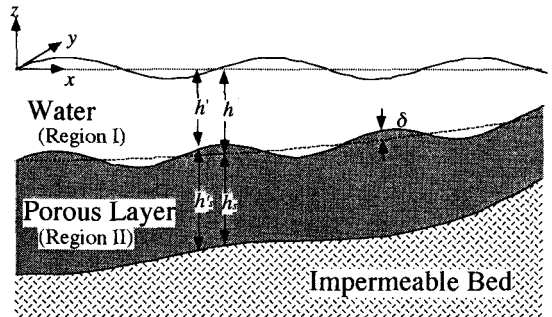


図-1 各諸量および座標系

$$f^{(II)} = \frac{1}{D} \gamma \cosh k(h+h_s+z) \quad \dots\dots\dots (14)$$

となり、また分散関係は

$$\omega^2 = gk \frac{\tanh kh + \gamma \tanh kh_s}{1 + \gamma \tanh kh \cdot \tanh kh_s} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。ここで、 $D = \cosh kh_s \cosh kh (1 + \gamma \tanh kh_s \tanh kh)$ 、 $\gamma = n / (\tau + if)$ である。スカラー関数 ϕ と $f^{(I)}$ および φ と $f^{(II)}$ に対するグリーンの第2定理を用いて、最終的に以下の式を得る。

$$\nabla_h \cdot (\alpha \nabla_h \hat{\phi}) + \alpha k^2 \hat{\phi} - \frac{\cosh^2 kh_s}{D^2} (1 - \gamma) \nabla_h \cdot (\delta \nabla_h \hat{\phi}) = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

ただし

$$\alpha = p + \frac{q}{\gamma} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$p = \frac{1}{4kD^2} \left\{ \cosh^2 kh_s \sinh 2kh \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) + \gamma \sinh 2kh_s (\cosh 2kh - 1) + \gamma^2 \sinh^2 kh_s \sinh 2kh \left(1 - \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \right\} \quad (18)$$

$$q = \frac{1}{4kD^2} \left\{ \gamma^2 \sinh 2kh_s \sinh 2kh \left(1 + \frac{2kh_s}{\sinh 2kh_s} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

である。式(16)の特別の場合が、Berkhoff (1972) および Kirby (1986) の理論式である。

3. 1次元問題における数値計算および考察

式(16)を用いて、1次元の波浪伝播の計算を行なった。計算条件は、Davies and Heathershaw (1984) の行なった実験条件に基づき、水深 h 、透水層厚 h_s を一定とし、海底起伏を $\delta = D \sin(\lambda x)$; $0 \leq x \leq ml$ とした。不透過底面の場合にはすでに Kirby (1986) が計算を行い、実験値との一致を確かめている。ここでは透水層における線形抵抗係数 f 、慣性係数 τ 、ripple の数 m 、および透水層厚 h_s を変化させることにより、共鳴 Bragg 散乱における透水性の影響を調べた。図-2 および図-3 は、反射率および透過率に及ぼす線形抵抗係数 f の影響を示したものである。数値計算の結果、次のようなことがわかった。

- 1) 線形抵抗係数 f の値が小さくなるほど、反射率および透過率ともに減少する。
- 2) 透水層厚 h_s の値が大きくなるほど、反射率および透過率ともに減少する。
- 3) 慣性係数 τ の値を変化させても、反射率および透過率はほとんど変化せず、その影響は無視できる。

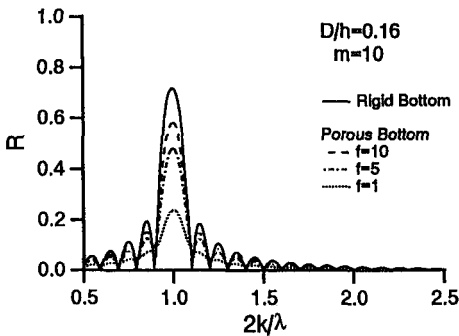


図-2 反射率

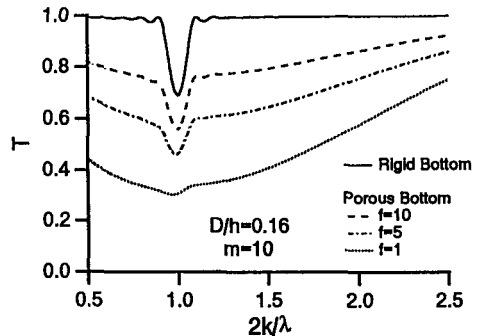


図-3 透過率

本研究で導いた理論は、近年注目を浴びている人工リーフや大規模潜堤、あるいは人工魚礁の設置方法などの研究に応用できる。なお、式の誘導法および計算結果の詳細については講演時に示す。