第Ⅱ部門　　没水水平透過板の波浪制御特性

大阪市立大学工学部　正　員　角野昇八
大阪市立大学大学院　学生員○　鍾　一明

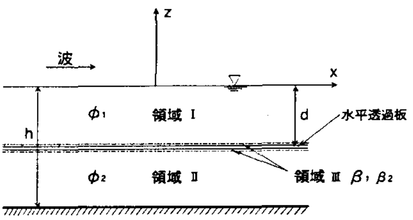

図１　無限長の没水水平透過板

1．まえがき　本研究では、図１に示すような無限長の没水水平透過板上およびその下の波動場を考えた。ここに、hは水深、dは水平透過板の没水深である。問題は、以下のような仮定の下に、漸近展開接合法[1]を適用することにより解析する。(1).流体は非圧縮性、非粘性とする。(2). 構造物による減衰定常波の影響は無視できるものとする。(3). 漸近展開接合法において、その内部解においては透過性板の厚みを考慮するが、外部解においては考慮しない。(4). 水平透過板より上の領域の波動とその下の領域の波動とは、時間的かつ空間的に同じ変動性を持つものとする。すなわち、両領域での角振動数および波数は同じであるものとする。

本研究で対象とする透過板は、その形式を問う必要はなく、孔あきや柱体列など、透過性板であれば基本的にどのようなものでもよい。しかし、以下の理論展開では、その周辺の水理特性が十分に明かになっていることから、平板列、円柱列あるいは角柱列を対象にするものとする。

2．理論解析　本解析手法の概要は以下のようである。まず全流体領域を水平透過板上下の波動場領域（領域Ｉおよび領域Ⅱ、外部領域と呼ぶ）と透過板を挟む極めて薄い領域（領域Ⅲ、内部領域と呼ぶ）の３つの領域に分割する。ついで、波動場の外部領域の解（外部解）と内部領域の解（内部解）をそれぞれ個別に用意する。最後に、得られた外部解と内部解を接合することにより、最終的な解を得る。

1）問題の定式化　支配方程式は速度ポテンシャルに関する２次元のラプラス方程式である。境界条件として、自由表面での条件と水底面、透過板表面での条件および放射条件が課される。

2）外部問題　領域Ｉおよび領域Ⅱにおける速度ポテンシャルは、水面の境界条件および水底面の境界条件を満足するラプラス方程式の解として、それぞれ次式で表現できる。

$$\phi_1 = A_0\ [i\ \cosh(kz)+F_1 \sinh(kz)]\ \exp(i(kx-\sigma t)) \tag{1}$$

$$\phi_2 = A_0 F_2\ [\cosh(k(z+h))/\sinh(kh)]\ \exp(i(kx-\sigma t)) \tag{2}$$

ここで、F_1およびF_2は後の内部解との接合により決定できる複素定数であり、kは波数、σは角振動数である。また、A_0も定数であり、領域Ｉの波動場の波高Hとは、$A_0=gH/2\sigma$のような関係があるものとしておく。gは重力加速度であり、$i=\sqrt{-1}$である。

3）内部問題　水平透過板を挟む内部領域に対しては、透過板表面での境界条件を厳密に満足する解を求めることは困難であるため、その漸近展開形である透過板（柱体列）を通過する一様流を表す解（内部解、β_1およびβ_2）を用意する。ただし、このことにより、透過板表面での流体不透過の境界条件は、領域Ｉと領域Ⅲの速度ポテンシャルならびにその微分値（流速）の接続の境界条件（$z=-d_+$）、および領域Ⅱと領域Ⅲにおける同様の境界条件（$z=-d_-$）に置き変わることになる。このような流れを表す速度ポテンシャルは、Tuck[2]によれば、

$$\beta_1'(z)=(z+d+C)R'+C_1' \quad (z>-d_+),\quad \beta_2'(z)=(z+d-C)R'+C_1' \quad (z<-d_-) \tag{3}$$

と表される。ただし、zは流れに沿う座標軸であり、水平柱体列を対象とする今の場合には鉛直座標軸をとる。R'は一様流部における流速、C_1'は複素定数であり、Cは閉塞係数(blockage coefficient)とよばれ、水平透過板断面形状のみによって純理論的に決定される定数であり、角柱列の場合には、次式で算定される。

Shohachi KAKUNO　　Yiming ZHONG

$$C=b/2\cdot(B/a-1)+2B/\pi\cdot\left[1-\log(4\cdot a/B)+1/3\cdot(a/B)^2+281/180\cdot(a/B)^4\right] \quad (4)$$

ただし、bは水平透過板の厚みであり、Bは隣接柱体間隔の1/2、aはスリット幅の1/2である。今、ここで考える水平柱体列を通過する一様流は、仮定(4)により、次式で表現することができよう。

$$\beta_1(x,z,t)=A_0\left[(z+d+C)R+C_1\right]\exp(i(kx-\sigma t)) \qquad (z>-d_+) \quad (5)$$

$$\beta_2(x,z,t)=A_0\left[(z+d-C)R+C_1\right]\exp(i(kx-\sigma t)) \qquad (z<-d_-) \quad (6)$$

4）接合　以上に得られた外部解および内部解に先の領域Ⅰ－Ⅲ間および領域Ⅱ－Ⅲ間の境界条件を適用することにより、４つの未知定数F_1、F_2、R、C_1に関する４つの連立一次元方程式が得られる。これらの連立一次方程式の解を求めて、それを式(1)および式(2)に代入することにより、領域Ⅰおよび領域Ⅱにおける速度ポテンシャルの最終的な形が次式のように確定される。

$$\phi_1=A_0\left\{i\frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(kd)}+\left[\frac{\cosh(k(z+d))}{k\cosh(kd)\sinh(kd)}-\frac{\cosh(kz)}{k\sinh(kd)}\right]R\right\}\exp(i(kx-\sigma t)) \quad (7)$$

$$\phi_2=A_0\frac{R}{k}\frac{\cosh(k(z+h))}{\sinh(k(h-d))}\exp(i(kx-\sigma t)) \quad (8)$$

ここに、$R=i\left[k\sinh(k(h-d))\right]/\left[2kC\sinh(k(h-d))\cosh(kd)+\cosh(kh)\right]$である。

また、水面での運動学的な境界条件を領域Ⅰでの速度ポテンシャルを表す式(7)および式(7)に対応する領域Ⅰにおける波形を表す式$\eta=H/2\cdot\exp(i(kx-\sigma t))$に適用すれば、次式を得る。

$$\sigma^2=gk\tanh(kd)+gk\sinh(k(h-d))/\left\{\cosh(kd)\left[2kC\sinh(k(h-d))\cosh(kd)+\cosh(kh)\right]\right\} \quad (9)$$

上式は、σ、g、d、h、Cが与えられれば、波数kが決定されるような、いわゆる分散関係式となっている。上式より、板の透過性を表すCの大小によっても波数が変化することが明かである。

３．　結果についての考察

まず、水深$z=-d$の面に不透過の水平板が存在する場合、即ち$C\to\infty$の場合を考えてみる。このとき、水平透過板での速度の鉛直成分の振幅$A_0R=0$となり、また式(7)と式(9)は、

$$\phi=i\left[gH/2\sigma\right]\left[\cosh(k(z+d))/\cosh(kd)\right]\exp(i(kx-\sigma t)) \quad (10)$$

$$\sigma^2=gk\tanh(kd) \quad (11)$$

のように、水深dの波動場の速度ポテンシャルと分散関係式を表す式となる。一方、水中に何も存在しない場合、即ち$C\to 0$の場合については、$R=ik\sinh(k(h-d))/\cosh(kh)$となり、また式(8)と式(9)は、

$$\phi=i\left[gH/2\sigma\right]\left[\cosh(k(z+h))/\cosh(kh)\right]\exp(i(kx-\sigma t)) \quad (12)$$

$$\sigma^2=gk\tanh(kh) \quad (13)$$

のように水深hの波動場の速度ポテンシャルと分散関係式を表す式となる。つぎに分散関係式(9)式に基づいて、正方形断面角柱列の水平透過板が存在する場合の波の波数を開口率(a/B)の関数として求めた。式(13)より決定される水深hの波動場の波数k_hおよび式(11)より決定される水深dの波動場の波数k_dで無次元化した値を図２に示す。この図からも、波数kは、水平透過板の開口率が$a/B\to 0$となって不透過板となるときには水深dの波動場の波数k_dに、また、開口率が$a/B\to 1$となって板が存在しなくなる場合には水深hの波動場の波数k_hに等しくなることがわかる。以上のことおよび式(10)～式(13)の検討より、本研究における理論展開の基本的な妥当性を確認することができた。

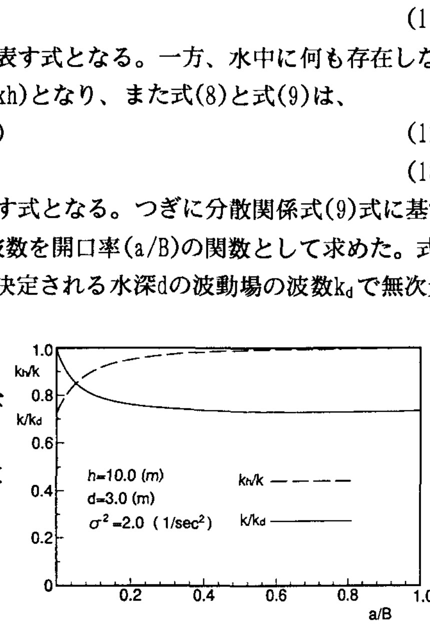

図2　無限長水平透過板（正方形断面角柱列）が存在する場合の波数

参考文献　1) 角野昇八、漸近展開接合法の海岸工学への応用。水工学シリーズ、87-B-3。 2) Tuck, E. O.:Matching problem involving flow through small holes, C.S. Yih ed., Advances in Appl. Mech.,266p.,Academic Press,1975.