

立命館大学理工学部 正員 ○ 小沢功一
東京大学工学部 正員 玉井信行

1. まえがき 蛇行流においては遠心力が作用するために、二次流が発達し流れは3次元になる。しかし一般に河川の流れは水深に比較して河幅は相当大きいから、側岸に近い部分を除けば水深方向の流れを無視することが出来る。すなわち浅水流方程式を用いて検討することになる。

これまでは二次流を求めたりする場合、横断方向の運動方程式において遠心力項と圧力項のみを取り挙げて検討することも行われていた。このとき二次流は主流に比較してかなり小さいと仮定されているが、明確な限界などは明らかにされていない。

従って本研究においては、主流・二次流・水深などを摂動法によって求め、それを用いて運動方程式の各項の大きさがどの程度であるのかを算出している。これは縦断・横断方向のものについて各項の値が縦断方向へどのように変化するかを求めている。水路の左岸側・右岸側・中央部について検討している。

2. 運動方程式 蛇行流路の平面形状は図-1に示しているように最大偏角 θ_0 、蛇行長 L の蛇行流路曲線に従うとする。すなわち $\theta = \theta_0 \sin ks$ 、ここに $k = (2\pi/L)R$ 、

$s = s_c/R$ 、 s_c は流路中心の座標、 R は最小曲率半径である。

縦断方向の運動方程式；

$$k_{ss} \bar{u}_s \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial s_a} + (k_{ss} + k_{sn}) \bar{u}_n \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial n_a} + (k_{ss} + k_{sn}) \frac{\bar{u}_s \cdot \bar{u}_n}{r_a} + g \cdot \frac{\partial}{\partial s_a} (h_a + z_h) + k_{ss} \frac{f}{2} \cdot \frac{\bar{u}_s^2}{h_t} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

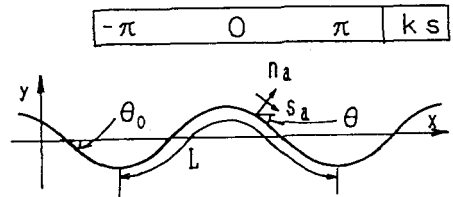


図-1 座標軸

横断方向の運動方程式；

$$(k_{ss} + k_{sn}) \bar{u}_s \frac{\partial \bar{u}_n}{\partial s_a} + (k_{ss} + 2k_{sn} + k_{nn}) \bar{u}_n \frac{\partial \bar{u}_n}{\partial n_a} - k_{ss} \frac{\bar{u}_s^2}{r_a} + g \frac{\partial h_a}{\partial n_a} + k_{ss} \frac{f}{2} \cdot \frac{\bar{u}_s^2}{h_t} \epsilon^2 \cdot 0.3 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

ここに $\bar{u}_s, \bar{u}_n$ はそれぞれ s_a, n_a 方向の水深平均流速、 r_a は s_a 軸の曲率半径、 ρ は水の密度、 $h_t = (z_0 - z_b)$ 、 $h_a = (z_0 - z_h)$ 、 z_0, z_h, z_b はそれぞれ、水面、断面平均底面、底面の z_a 座標である。 k_{ss}, k_{sn}, k_{nn} については、 u_s, u_n を $u_s = \bar{u}_s f_1(z_a/h_t, \sqrt{g/\kappa C})$ 、 $u_n = \bar{u}_n \cdot f_1(z_a/h_t, \sqrt{g/\kappa C}) + \bar{u}_n \cdot f_2(z_a/h_t, \sqrt{g/\kappa C})$ としたとき、 $k_{ss} = f_1^2$ 、 $k_{sn} = f_1 f_2$ 、 $k_{nn} = f_2^2$ である。

$\bar{u}_s, \bar{u}_n$ 等を断面平均流速 V 、断面平均水深 H_0 で無次元化し、 $u (= \bar{u}_s/V)$ 、 $v (= \bar{u}_n/V)$ 、 $h (= h_t/H_0)$ について摂動法により展開パラメーター $\epsilon (= B_0/2R)$ の3次までの解を求める。すなわち $h = h_0 + \epsilon h_1 + \epsilon^2 h_2 + \epsilon^3 h_3$ 、 $u = u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \epsilon^3 u_3$ 、 $v = v_0 + \epsilon v_1 + \epsilon^2 v_2 + \epsilon^3 v_3$ となる。ここに B_0 は水路幅を表している。

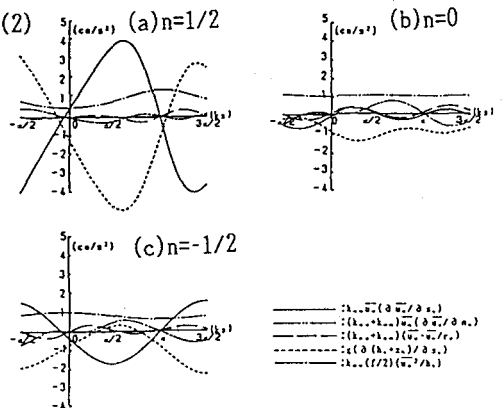


図-2 縦断方向の運動方程式の各項の大きさ (固定床)

3. 縦断方向の運動方程式の各項の大きさ 式(1)における各項の値を計算し、縦断方向への変化を示すと図-2のようである。(a),(b),(c)がそれぞれ左岸側($n=1/2$)、中央部($n=0$)、右岸側($n=-1/2$)での値を示している。ここに $n = n_a/(B_0/2)$ である。図-2は固定床の場合であるが、移動床の場合の計算結果について Kouichi OZAWA, Nobuyuki TAMAI

ては図-3に示されている。水路としては $L=2.48\text{m}$, $B_0=0.3\text{m}$, $\theta_0=45^\circ$ 、水理量としては固定床の場合 $Q=2.07\text{ l/s}$, $H_0=2.93\text{cm}$ である。移動床の場合は $Q=1.335\text{ l/s}$, $H_0=1.94\text{cm}$ である。これらの図のうち、例えば図-2の(a)の点線(圧力項)に着目する。 $ks=-\pi/2$ から $\pi/2$ までの間でそれは正から0を経て負に変化する。このことから0となる位置での水位は $ks=0$ より少し手前で最高に達することが分かる。すなわち曲率の最大の位置から少しずれている。また図-3からは、移動床の場合河床形の影響を受けて各項の値は流下方向へ不規則的に変化することが分かる。

4. 横断方向の運動方程式の各項の大きさ 式(2)の各項の大きさを計算して図示すると固定床の場合は図-4であり、移動床の場合は図-5である。縦断方向の運動方程式の各項の大きさの場合は固定床と移動床とでは縦断方向への変化がかなり違っていたが、横断方向の運動方程式の各項の大きさの場合はそれらの間でほとんど変わらない。第1項の移流項($(k_{ss}+k_{sn})\bar{u}_s \cdot \partial \bar{u}_n / \partial s_a$)のみに変化が見られる。遠心力項(点線)は曲率が最大の所($ks=0, \pi$)で極小、極大となっている。圧力項(実線)に関しては、例えば図-5から次のように解釈することができる。曲率が最大である $ks=0$ の位置で圧力項($g \cdot \partial h_a / \partial n_a$)の値は 15cm/s^2 ($n=-1/2$), 13cm/s^2 ($n=0$), 9cm/s^2 ($n=1/2$)である。すなわち外岸方向へ値が減少して行っている。これは微係数($\partial h_a / \partial n_a$)が小さくなって行っていることを意味する。つまり水面の横断方向への形状としては外岸方向へ上昇して行っているが徐々に平らになっていることになる。

5. あとがき 流れの運動方程式における各項の大きさがどの程度なのか、あるいは各項が流れのどのような面に効いてくるのかを知ることは大切であると思われる。各項の大きさを評価することによって、卓越する項のみを使って流れを求めるとき誤差はどの程度見込まれるのかを的確に判断することができる。また各項の値の分布状況などから逆に摩擦項や渦粘性項の表示方法についての示唆を得ることになることも考えられる。

各項の値の縦断・横断方向の変化から前述のように流れの状況を知ることができる。流速、水深そのものから流れの状態を知ることができるが、それらからでは気づくことができなかったような事柄が、物理的な表現の運動方程式の各項の値から明らかになってくることもあるだろうと思われる。

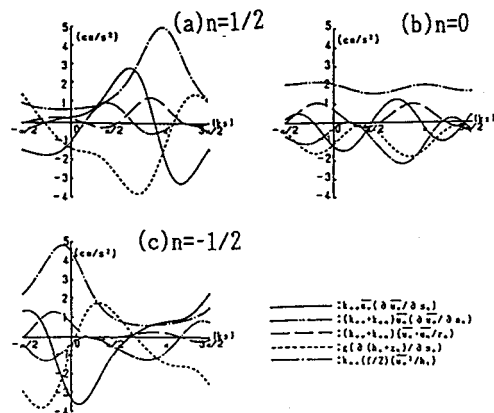


図-3 縦断方向の運動方程式の各項の大きさ (移動床)

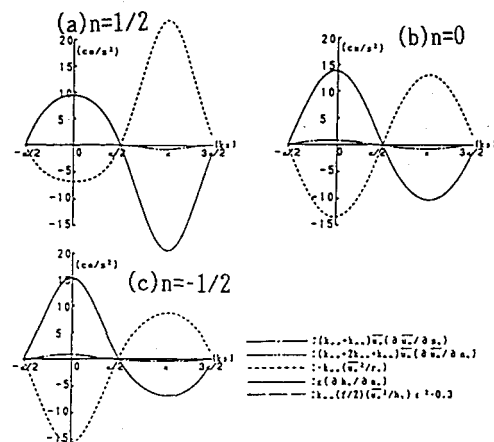


図-4 横断方向の運動方程式の各項の大きさ (固定床)

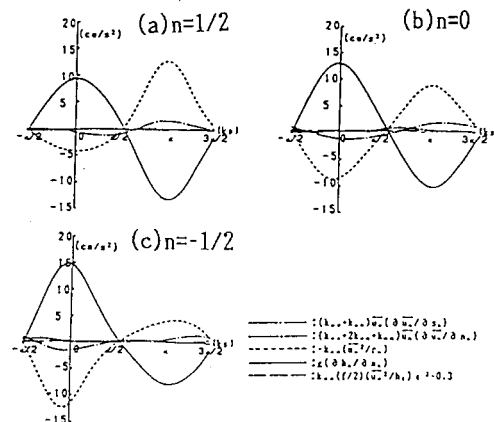


図-5 横断方向の運動方程式の各項の大きさ (移動床)