大形平板要素とリラクセーション法を用いた自由振動の解析

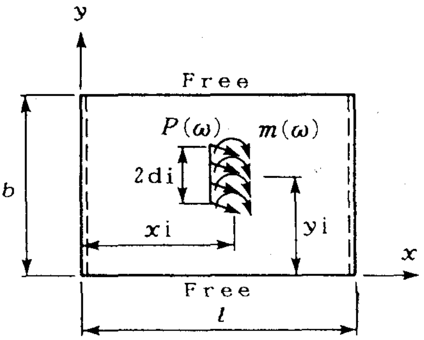
大阪工業大学　正　員　岡村　宏一
大阪工業大学大学院　学生員○中島　照浩
RADコンストラクション　正　員　石川　一美

1．まえがき；これまでに、任意の支持条件を持つような多径間の平板構造の解析における離散化の手段として、自由辺や任意の支持条件に対応できる大形の平板要素の剛性マトリックスを級数解と選点法を併用して作成し、その接続にはリラクセーション法に属する一種の分配法を用いて各種多径間平板構造の解析を行ってきた[1]。また、この手法を多径間平板構造の自由振動の解析に適用できるように、大形の平板要素の剛性マトリックスをこれまでと同様な手法である級数解と選点法を併用して作成し、その精度について基本的な検証を行った[2]。ここでは、先に発表した自由振動の解析に適用できる大形の平板要素を用い、多径間平板構造の自由振動の解析にリラクセーション法を適用することを試みたので報告する。

2．板の自由振動の基本解；図－1に示すように相対2辺($x=0, l$)が単純支持、他の2辺が自由の辺長l、幅bの矩形板に線荷重$p\sin\omega t$を作用させ、時間の項を周期関数より分離すれば、板の自由振動の基礎方程式は次式となる。

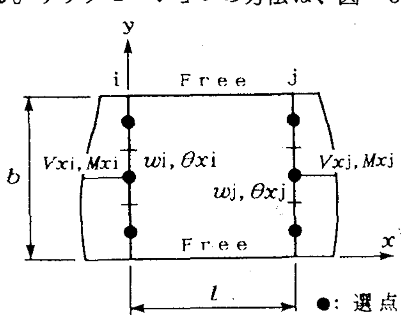
$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)=\rho h\omega^2 w+p \quad \text{---(1)}$$

ここで、D:板剛度, w:たわみ, ρ:板の単位体積当たりの質量, ω:固有円振動数, h:板厚, p:外荷重.
式(1)の解は、荷重pによる特解を($\sin\alpha_m x$, $\sin\beta_n y$)で展開されたNavier解で、y方向の境界条件に対しては、同次解を$\sin\alpha_m x$で展開されたLevy解によって与え、一般解は、それらと重ね合わせたものとなる。また、線モーメントmが作用した時の解は、線荷重pが作用した解に偶力による微分操作を加えて求めている。



図－1

3．解析方法；図－2に示す2辺(i, j)に任意の材端力(曲げモーメントM_x, 換算せん断力V_x)と隅角点を含む任意の材端変位(たわみw, たわみ角θ_x)を持つ自由振動の解析に適用できる長方形平板要素(l, b)の剛性マトリックスは、先の基本解と選点法を併用して作成したもので、その作成方法ならびに精度については文献2)で発表しているのでここでは省略する。リラクセーションの方法は、図－3に示すように、まず、2径間分の連続板の固有円振動数を初期値として与え、その固有円振動数をもつ剛性方程式の節線の選点の材端変位の1つを基準値として正規化する。次に、その節線2の変位を次の2径間分のパネル②③の節線2へ導入し正規化して振動数方程式を作成し逐次数値計算法によって振動数パラメータを収束させる。この操作を全径間にわたって順次繰り返し、各反復段階で低次から高次モードまで振動数方程式を収束させる。図－4に示す2径間分の反復t回目に、材端変位δ^t_{k-1}を節線k－1に導入した時の剛性方程式は次のようになる。



図－2

1）岡村、石川：小型計算機による多径間平板構造の解析, 土木学会論文集第344号, 1984. 4
2）岡村、石川、中島：大形平板要素による連続平板構造の自由振動の解析、年次大会、1992

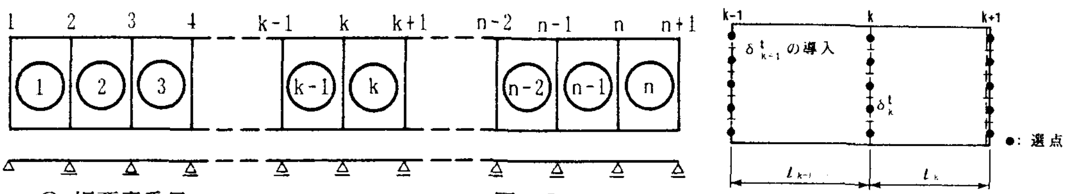
Hirokazu OKAMURA, Teruhiro NAKASHIMA, Kazumi ISHIKAWA

$$
\begin{bmatrix} K_{k-1\,k-1}\,\delta^{t}_{k-1} & K_{k-1\,k} & 0 \\ K_{k\,k-1}\,\delta^{t}_{k-1} & K_{k\,k} & K_{k\,k+1} \\ 0 & K_{k+1\,k} & K_{k+1\,k+1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathrm{I} \\ \delta_{k} \\ \delta_{k+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{---(2)}
$$

また、この時の条件付き振動数方程式は次のように与えられる。

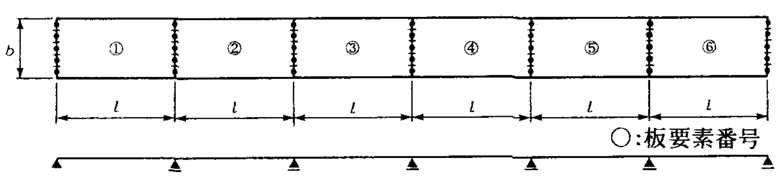
$$
\begin{vmatrix} K_{k-1\,k-1}\,\delta^{t}_{k-1} & K_{k-1\,k} & 0 \\ K_{k\,k-1}\,\delta^{t}_{k-1} & K_{k\,k} & K_{k\,k+1} \\ 0 & K_{k+1\,k} & K_{k+1\,k+1} \end{vmatrix} = 0 \quad \text{---(3)}
$$

ここで、**K**;平板要素の剛性マトリックス, δ^{t}_{k-1} , δ_{k}, δ_{k+1};節線の材端変位.

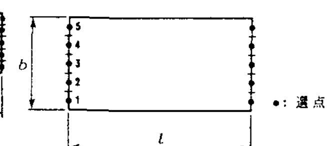


○:板要素番号　　図－3

4．計算例：ここでは、多径間平板構造の自由振動の解析に適用できる、リラクセーションの方法を検証するための基本的な例題を示す。図－4は解析モデルを示したもので、図－4(b)に示す節線の分割を等5分割とした平板要素を6パネル接続し6径間連続板の固有円振動数を追跡した。表－1は2径間連続板の低次モードの固有円振動数を初期値として与え、5回の反復計算によって得られた低次モードの解析値を直接剛性法で求めた解析値と比較している。表より両者の解析値には誤差が認められず、リラクセーションによる誤差の累積はないものと思われる。また、その時のモードを図－5に示している。さらに、中間モードの固有円振動数の追跡については検討中である。



図－4(a)



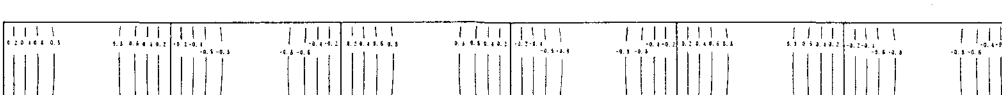
図－4(b)

表－1(a)　$\lambda = \dfrac{\omega l^2}{\pi^2}\sqrt{\dfrac{\rho h}{D}}$, $b/l = 0.5$, $\nu = 1/3$

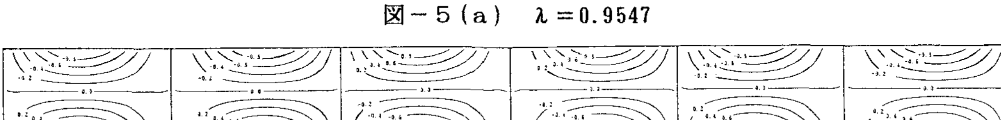
	固有円振動数 λ
リラクセーションの方法による解析値	0.9547
直接剛性法による解析値	0.9547

表－1(b)　$\lambda = \dfrac{\omega l^2}{\pi^2}\sqrt{\dfrac{\rho h}{D}}$, $b/l = 0.5$, $\nu = 1/3$

	固有円振動数 λ
リラクセーションの方法による解析値	2.270
直接剛性法による解析値	2.270



図－5(a)　$\lambda = 0.9547$



図－5(b)　$\lambda = 2.270$