第Ⅰ部門　　フアジィ有限要素法の開発に関する基礎的研究

京都大学大学院　学生員○小寺　健二郎　京都大学工学部　正　員　渡邊　英一
京都大学工学部　正　員　古田　均　　京都大学工学部　正　員　杉浦　邦征
京都大学工学部　正　員　宇都宮　智昭

1．研究目的

本研究では、有限要素解析法において、メッシュで区分された各要素内の節点変位を規定する形状関数をファジィ推論を用いてモデル化し、簡単な式で複雑な形状関数をも表現できるようにする。このようにすると、メッシュを粗くしたまま計算精度をあげ、かつ計算労力を節減することができる。

2．ファジィ推論を用いた関数近似

2個のファジィ数である前件部に対して、1個の実数である後件部を与える次のようなファジィ推論のルールを考える。

$$\begin{cases} Rule\ 1 \quad IF\ (x,y)=(\tilde{x}_1,\tilde{y}_1) \quad THEN\ f=f_1 \\ Rule\ 2 \quad IF\ (x,y)=(\tilde{x}_2,\tilde{y}_2) \quad THEN\ f=f_2 \\ \quad\vdots \\ Rule\ n \quad IF\ (x,y)=(\tilde{x}_n,\tilde{y}_n) \quad THEN\ f=f_n \end{cases} \tag{1}$$

ここで、前件部には三角形型メンバシップ関数を用い、i番目のルールのx方向、y方向のメンバシップ関数の値を$\mu_i(x_0)$、$\mu_i(y_0)$とすると、出力値は次のように表される。

$$z_0=\sum_{i=1}^{n} f_i\mu_i(x_0)\sum_{i=1}^{n} f_i\mu_i(y_0)\Big/\sum_{i=1}^{n}\mu_i(x_0)\sum_{i=1}^{n}\mu_i(y_0) \tag{2}$$

このように1組の入力値$(x,y)=(x_0,y_0)$に対し、1組の出力値z_0が求められることにより、式(1)の複数のルールで1つの曲面を表現することができる。 例えば、メンバシップ関数の中央値、幅、ルールの後件部をそれぞれa_i, b_i, f_iとし、次のように規定すると、図1のような曲面を表現することができる。

$$\begin{array}{lll} a_1=-1.0 & b_1=4.00 & f_1=1.0 \\ a_2=0.0 & b_2=0.75 & f_2=0.0 \\ a_3=1.0 & b_3=4.00 & f_3=0.0 \end{array} \tag{3}$$

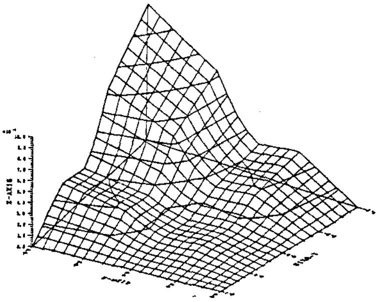

図 1　ファジィ推論による曲面の表現

3．ファジィ有限要素解析法

有限要素法の精度向上法としては、メッシュ分割を細かくする方法と形状関数に高次の関数を利用する方法があるが、本研究では、2.に示したファジィ推論による関数近似を利用し、有限要素法における形状関数を複数のIF/THENルールからなるファジィ推論で表現し、これを用いて有限要素法の定式化を行う。このようにすると、節点数を増やさずに高次の形状関数を表現することができる。

本研究では、四角形アイソパラメトリック要素に着目し、式(2)のz_0を形状関数とすることで、形状関数N_1～N_4を$\xi\eta$平面上に規定する。このようにして、要素剛性マトリックスを求め、有限要素法を定式化することができる。

ここでは、次のような二つのルールのメンバシップ関数の中央値、幅、後件部を考え、N_1を規定する。

$$\begin{array}{lll} a_1=-1.0 & b_1=4.00 & f_1=1.0 \\ a_2=1.0 & b_2=4.00 & f_2=0.0 \end{array} \tag{4}$$

また、N_2～N_4もN_1との対称性を考えて、規定する。このメンバシップ関数から決定される形状関数は、従来の四角形アイソパラメトリック要素を用いた有限要素解析における形状関数と同じになる。

Kenjiro KOTERA, Eiichi WATANABE, Hitoshi FURUTA, Kunitomo SUGIURA, Tomoaki UTSUNOMIYA

4．数値計算例と考察

たて1m、よこ1m、単位厚さの平板で図2のような境界条件と荷重条件の簡単なモデルを考え、材料特性値としては，弾性係数を E＝21000000（tf/m²），ポアソン比を ν＝0.3と考える．

このモデルの理論解は節点2、4のx方向の変位をu、節点3、4のy方向の変位をvとすると次式のようになる。

$$u = -3.714286 \times 10^{-8}(m) \qquad (5)$$

$$v = 8.666667 \times 10^{-8}(m)$$

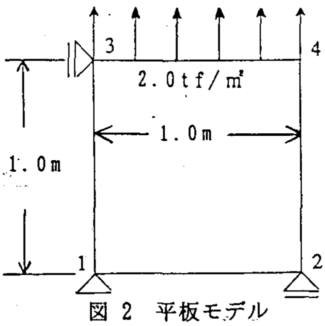

図 2　平板モデル

ここで、要素数が1個、4個の2通りにメッシュ分割したモデルを考え、図3の節点2、4に対応する点のx方向の変位をそれぞれu_1、u_2、節点3、4に対応する点のy方向の変位をそれぞれv_1、v_2とし、四角形アイソパラメトリック要素、式(4)によるファジィ推論、8節点アイソパラメトリック要素のそれぞれを用いる3通りの方法で有限要素解析を行った結果が表1である。

表1 平面応力問題の計算結果①　　単位(m)

要素数	変位	四角形ｱｲｿﾊﾟﾗﾒﾄﾘｯｸ	ﾌｧｼﾞｨFEM	八節点ｱｲｿﾊﾟﾗﾒﾄﾘｯｸ
1	u_1	-2.857357 E-08	-2.857357 E-08	-2.857331 E-08
	v_1	9.524524 E-08	9.524524 E-08	9.524505 E-08
	u_2	-2.857357 E-08	-2.857357 E-08	-2.857382 E-08
	v_2	9.524524 E-08	9.524524 E-08	9.524505 E-08
4	u_1	-2.857357 E-08	-2.857357 E-08	-2.857321 E-08
	v_1	9.524524 E-08	9.524524 E-08	9.524365 E-08
	u_2	-2.857357 E-08	-2.857357 E-08	-2.857288 E-08
	v_2	9.524524 E-08	9.524524 E-08	9.524344 E-08

次に、ルールを2個から3個に増やし、メンバシップ関数の中央値、幅、後件部を次のようにし、形状関数N_1を規定する。

$$a_1 = -1.0 \quad b_1 = 4.00 \quad f_1 = 1.0$$
$$a_2 = 0.0 \quad b_2 = 2.00 \quad f_2 = 0.5 \qquad (6)$$
$$a_3 = 1.0 \quad b_3 = 4.00 \quad f_3 = 0.0$$

これを用いて解析を行った結果が表2である。

表 2 平面応力問題の計算結果②　単位(m)

要素数	変位	ファジィFEM
1	u_1	-3.086539 E-08
	v_1	1.028846 E-08
	u_2	-3.086533 E-08
	v_2	1.028845 E-08
4	u_1	-3.087274 E-08
	v_1	1.027793 E-07
	u_2	-2.785020 E-08
	v_2	9.569201 E-08

表1より、このような簡単な平板モデルでは、要素数を増やしても解の変化はほとんどない。これは、解析モデルの形や境界条件や荷重条件が単純で応力集中などがないためと考えられる。また、u_1とu_2、v_1とv_2がそれぞれほぼ同じ値であり、式(5)の値に近いので、表1の3通りの方法による解は正しいと考えられる。また、表1のファジィ推論による解と四角形アイソパラメトリック要素による解は等しくなった。一方、表2より、式(6)のようにルールの数を増やして形状関数を複雑にすると、1要素の場合、u_1、u_2は理論解に近くなった。

5、結論および今後の課題

1)ファジィ推論の考え方を利用することにより、本研究で対象としている形状関数も，どのような形状であってもIF/THENルールを用いてかなりの精度で近似することができる。

2)ファジィ推論のルールを2個から3個に増やして解析を行った場合、1要素の解析においては、ファジィ有限要素法の方が従来の有限要素法より理論解に近い解を与えた。

3)今後、IF/THENルールの数を増やし、パラメーターをチューニングすることで解の精度を上げることを試みる予定である。