

鹿島建設正員○網野秀生

神戸大学大学院 学生員 浅井 聡

神戸大学工学部 正員 北村泰寿

1. まえがき 境界要素法の基本解としては、複合体内部に加振力が加わる場合と、わき出しが存在する場合の土粒子骨格の変位 u_i 、間隙水の水圧 p 、全応力 σ_{ij} 、間隙水の相対速度 q_i に関する解が必要となる。本研究は、二次元半無限多孔質飽和弾性体に対する基本解の誘導と基本解を示して、利用の便に供することを意図したものである。

2. 定式化 全応力表示を用いたBiotの理論によれば、土粒子骨格と間隙流体の相互作用を考慮した周波数領域における支配方程式は、土粒子骨格変位 u_i と水圧 p に関して、式(1)、(2)のように示される。

$$Gu_{i,jj} + (\lambda + G)u_{i,jj} + \omega^2(\rho - \beta\rho_f)u_i - (\alpha - \beta)p_{,i} = -F_i \quad (1)$$

$$p_{,ii} + \frac{\omega^2\rho_f\phi^2}{\beta R}p + \frac{\omega^2\rho_f(\alpha - \beta)}{\beta}u_{i,i} = \frac{i\omega\rho_f}{\beta}\gamma \quad (2)$$

$$R = \frac{2\phi^2GB^2(1-2\nu)(1+\nu_u)^2}{9(\nu_u-\nu)(1-2\nu_u)}, \quad \alpha = \frac{3(\nu_u-\nu)}{B(1-2\nu)(1+\nu_u)}, \quad \beta = \frac{\omega\phi^2\rho_fK_0}{\rho_f g i \phi^2 + \omega K_0(\rho_a + \phi\rho_f)}, \quad \rho = (1-\phi)\rho_s + \phi\rho_f$$

ここで、 $i, j=1, 2$, $i=\sqrt{-1}$, λ および G は土粒子骨格に対するラーメの定数、 ν はポアソン比、 ν_u は非透水状態でのポアソン比、 K_0 は透水係数、 B はスケンプトン係数、 ϕ は間隙率、 ρ_s は土粒子の密度、 ρ_f は間隙流体の密度、 ρ_a は質量連成係数、 ω は角振動数、 g は重力加速度である。また、 F_i は物体力、 γ は流体のわき出しを表す。上式の支配方程式に対する u_i , p の全無限基本解は、すでに閉じた解として誘導が行われている¹⁾。また、全応力 σ_{ij} 、間隙水の相対速度 q_i に関する全無限基本解は、構成則、ダルシー則、連続式により、同様に閉じた解として誘導されている¹⁾。本研究では、この全無限基本解を利用して、以下の手順で半無限基本解を求める。図-1に示す加振

モデルにおいて、まず図-2のように、全無限体に鏡像の原理を適用して全無限解を求める。このとき、地表面に相当する x 軸に骨格応力と水圧が発生する。これを打ち消

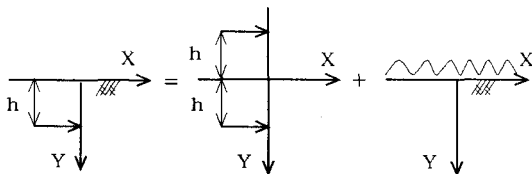


図-1 加振モデル 図-2 全無限解 図-3 ポテンシャル解

と水圧を加振力としてポテンシャル解を求め、これと全無限解をたし合わせることで、図-1の状態に対する半無限基本解を得る。なお、紙面の都合上、全無限解は文献1)に示されているのでここでは省略し、ポテンシャル解のみを示す。ポテンシャル解の誘導にはフーリエ変換の手法を用いているため、式(3)に示すように η に関する波数積分を含む解となる。式中の①～④の係数は表-1に示す。また、表中の $j=1$ は x 方向加振、 $j=2$ は y 方向加振、 $j=3$ はわき出しが存在する場合に対応する。

$$\text{ポテンシャル解} = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left\{ \textcircled{1} e^{-R_1 y} + \textcircled{2} e^{-R_2 y} + \textcircled{3} e^{-R_3 y} \right\} \textcircled{4} d\eta \quad (3)$$

3. あとがき 本研究で誘導した半無限基本解を境界要素法に適用すれば、地表面に境界要素を配する必要がないという利点を有する。基本解の計算例は、紙面の都合上、講演時に譲る。また、境界要素法への適用として、多孔質飽和弾性地盤-流体系の解析を進めている²⁾。これについては、稿を改めて報告する予定である。

表-1 基本解における記号の説明

		①	②	③	④		
					j=1	j=2	j=3
u_x		$i \eta C_{j1}$	$i \eta C_{j2}$	$-R_3 C_{j3}$	$\cos(\eta x)$	$i \sin(\eta x)$	$i \sin(\eta x)$
u_y		$-R_1 C_{j1}$	$-R_2 C_{j2}$	$-i \eta C_{j3}$	$i \sin(\eta x)$	$\cos(\eta x)$	$\cos(\eta x)$
p		$K I_1 C_{j1}$	$K I_2 C_{j2}$		$i \sin(\eta x)$	$\cos(\eta x)$	$\cos(\eta x)$
σ_x		$\{ \lambda R_1^2 - (\lambda + 2G) \eta^2 - \alpha K I_1 \} C_{j1}$	$\{ \lambda R_2^2 - (\lambda + 2G) \eta^2 - \alpha K I_2 \} C_{j2}$	$-2G i \eta R_3 C_{j3}$	$i \sin(\eta x)$	$\cos(\eta x)$	$\cos(\eta x)$
σ_y		$\{ (\lambda + 2G) R_1^2 - \lambda \eta^2 - \alpha K I_1 \} C_{j1}$	$\{ (\lambda + 2G) R_2^2 - \lambda \eta^2 - \alpha K I_2 \} C_{j2}$	$2G i \eta R_3 C_{j3}$	$i \sin(\eta x)$	$\cos(\eta x)$	$\cos(\eta x)$
τ_{xy}		$-2G i \eta R_1 C_{j1}$	$-2G i \eta R_2 C_{j2}$	$G (R_3^2 + \eta^2) C_{j3}$	$\cos(\eta x)$	$i \sin(\eta x)$	$i \sin(\eta x)$
q_i	i=x	$\omega \beta \eta \{ \frac{K I_1}{\omega^2 \rho_f} - 1 \} C_{j1}$	$\omega \beta \eta \{ \frac{K I_2}{\omega^2 \rho_f} - 1 \} C_{j2}$	$-i \omega \beta R_3 C_{j3}$	$\cos(\eta x)$	$i \sin(\eta x)$	$i \sin(\eta x)$
	i=y	$i \omega \beta R_1 \{ \frac{K I_1}{\omega^2 \rho_f} - 1 \} C_{j1}$	$i \omega \beta R_2 \{ \frac{K I_2}{\omega^2 \rho_f} - 1 \} C_{j2}$	$\omega \beta \eta C_{j3}$	$i \sin(\eta x)$	$\cos(\eta x)$	$\cos(\eta x)$

表-2 式(4)における記号の説明

		KSG (1, j)		-KSG (2, j)		KSG (3, j)		KU (i) = MA { (i) $e^{-R_1 h}$ - (ii) $e^{-R_2 h}$ (m) $e^{-R_3 h}$ }		
j=1		$(\lambda+2G) KU (1) + \lambda KU (3) - \alpha KU (5)$		$(\lambda+2G) KU (4) + \lambda KU (2) - \alpha KU (6)$		$(\lambda+2G) KU (8) + \lambda KU (7) - \alpha KU (9)$				
j=2		KU (5)		KU (6)		KU (9)				
KU (i)		1	2	3	4	5	6	7	8	9
(I)		$A_1 H_1 (1, 2)$	$A_1 H_1 (2, 1)$	$A_1 H_1 (3, 0)$	$A_1 H_1 (0, 3)$	$H_1 (1, 0)$	$H_1 (0, 1)$	$H_1 (2, 0)$	$H_1 (0, 2)$	$(K_1^2 - \sigma^2) H_1 (0, 0)$
(II)		$A_2 H_2 (1, 2)$	$A_2 H_2 (2, 1)$	$A_2 H_2 (3, 0)$	$A_2 H_2 (0, 3)$	$H_2 (1, 0)$	$H_2 (0, 1)$	$H_2 (2, 0)$	$H_2 (0, 2)$	$(K_2^2 - \sigma^2) H_1 (0, 0)$
(III)		$H_3 (1, 2)$	$H_3 (2, 1)$	$H_3 (3, 0) + K_3 H_3 (3, 0)$	$H_3 (0, 3) + K_3 H_3 (0, 3)$					
MA		$-i/4 \omega^2 (\rho - \beta \rho_f)$				$\frac{i(\alpha - \beta) \omega \rho_f}{4\beta (K_1^2 - K_2^2) (\lambda + 2G)}$	$\frac{-(\alpha - \beta) \omega \rho_f}{4\beta (K_1^2 - K_2^2) (\lambda + 2G)}$	$\frac{\omega \rho_f}{4\beta (K_1^2 - K_2^2)}$		

以下は、表-1 および表-2 で用いた変数の説明である。

$$C_{ij} = \{ A(i, j) KSG(i, 1) + A(j, 3) KSG(i, 2) \} / F(\eta) \quad (4)$$

上式において、 $A(i, j)$ は下のマトリックスの余因子、 $F(\eta)$ は行列式を表す。

$$\begin{bmatrix} 2G\eta^2 - K_1^2 E_1 & 2G\eta^2 - K_2^2 E_2 & 2G i \eta R_3 \\ -2G i \eta R_1 & -2G i \eta R_2 & G(2\eta^2 - K_3^2) \\ K_1^2 \frac{R}{\phi} (D_1 - \frac{\phi - \alpha}{\phi}) & K_2^2 \frac{R}{\phi} (D_2 - \frac{\phi - \alpha}{\phi}) & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} E_1 &= (\lambda + 2G) + \alpha \frac{R}{\phi} (D_1 - \frac{\phi - \alpha}{\phi}) \\ D_1 &= \frac{\beta}{\omega^2 \rho_f \phi (\alpha - \beta)} \{ \omega^2 (\rho - \beta \rho_f) + (\alpha - \beta) \frac{\omega^2 \rho_f (\phi - \alpha)}{\beta} \\ &\quad + \frac{\omega^2 \rho_f (\alpha - \beta)^2}{\beta} - (\lambda + 2G) K_1^2 \} \end{aligned}$$

$$H_i(j, K) = -2 i / R_i \times (i \eta)^j \times (-R_i)^K \quad R_i = \sqrt{\eta^2 - K_i^2} \quad K I_j = (D_j - \frac{\phi - \alpha}{\phi}) K_j^2 \frac{R}{\phi}$$

ここで、 $K_1 \sim K_3$ は第1種縦波、第2種縦波、横波の波数で、以下の関係式を満足する。

$$K_1^2 + K_2^2 = \frac{1}{\lambda + 2G} \{ \omega^2 (\rho - \beta \rho_f) + \frac{\omega^2 \rho_f \phi^2}{\beta R} + (\lambda + 2G) \frac{\omega^2 \rho_f (\alpha - \beta)^2}{\beta} \}, \quad K_1^2 K_2^2 = \frac{1}{\lambda + 2G} \frac{\omega^4 \rho_f \phi^2}{\beta R} (\rho - \beta \rho_f)$$

$$K_3^2 = \frac{\omega^2 (\rho - \beta \rho_f)}{G}, \quad \lambda = \frac{2G\nu}{1-2\nu}, \quad \sigma^2 = \frac{\omega^2 (\rho - \beta \rho_f)}{\lambda + 2G}, \quad A_1 = \frac{\sigma^2 (K_1^2 - \frac{\omega^2 \phi \rho_f}{\beta R})}{K_1^2 (K_1^2 - K_2^2)}, \quad A_2 = \frac{\sigma^2 (K_2^2 - \frac{\omega^2 \phi \rho_f}{\beta R})}{K_2^2 (K_1^2 - K_2^2)}$$

参考文献

- 1) A. H. -D. Cheng, T. Badmus and D. E. Beskos : Integral Equation for Dynamic Poroeleascity in Frequency Domain with BEM Solution, J. Eng. Mech., ASCE, Vol.117, pp.1136~1157, 1991.
- 2) 網野秀生：境界要素法を用いた多孔質飽和弾性地盤一流体系の動的解析，神戸大学修士論文，1993.