

1. 研究目的

沖合海洋施設へのアクセスとしてあるいは数km～数十kmクラスの海峡横断の手段としての海上橋梁に関する研究が始められている。ここで扱う浮体式海上橋梁は、緊張係留した水中浮体基礎で橋脚を支える形式のものである。浮体式海上橋梁には種々の外力が作用するが、まずこれに作用する波力を求めることが重要であると考えられる。ここで扱う浮体基礎のような波長に対する寸法の大きな物体においては、ポテンシャル理論により厳密に評価できる。しかし、モリソン式等の流体変形を考えない近似計算法により波力の評価が可能であれば、設計における予備検討において重宝すると考えられる。そこで本研究では、ポテンシャル理論により特異点分布法と呼ばれる手法を用いて、海上橋梁が受ける波力を3次元6自由度に対して計算できるプログラムを開発し、これを用いて波力のより厳密な値を得るとともにモリソン式による近似計算値の妥当性を論じた。

2. 基礎方程式

物体を剛体、流体を完全流体、入射波を微小振幅波理論による規則波(Airy波)とし、流体運動を速度ポテンシャルで表現する。まず水中の物体に対して、 M を質量マトリクス、 K を剛性マトリクス、 $s, \dot{s}$ をそれぞれ物体運動の変位・加速度とすると次式で示すような運動方程式が成り立つ。

$$M\ddot{s} = F - Ks \quad (1)$$

ここで外力ベクトル F の成分 f_p ($p=1,2,\dots,6$) は動的圧力 P 、一般化方向余弦 n_p ($p=1,2,\dots,6$) を用いて次式で得られる。

$$f_p = - \int_S P n_p dS \quad (2)$$

ここで動的圧力 P は線型化ベルヌイ式により全ポテンシャル Φ と水密度 ρ 、時間 t を用いて次式で得られる。

$$P = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (3)$$

そして全ポテンシャルは次式で得られる。

$$\Phi = \Phi_0 + \Phi_1 + \sum_{q=1}^6 \dot{s}_q \Phi_q \quad (4)$$

Φ_0 : 入射波による速度ポテンシャル $s_q, \dot{s}_q$: 物体運動の変位・速度

Φ_q : 回折波による速度ポテンシャル Φ_q : 物体の q 自由度方向の運動により生ずるポテンシャル (速度振幅1m/sあたり)

ここに示した Φ_q ($q=0,1,\dots,7$) は図1に示す支配方程式及び境界条件を満たさねばならない。またこれに加えて発散条件も満たさねばならない¹⁾。これらを満たすように Φ_0 はAiry波理論より与えられ、 Φ_q は式(3)の変形により Φ_q ($q=0,1,\dots,6$) より計算できる。そこで Φ_q ($q=1,2,\dots,6$) の計算を特異点分布法と呼ばれる境界積分方程式型の離散化手法を用いて行う。まず図1に示す支配方程式及び物体表面以外の境界条件を満足するGreen関数を導入する。これを用いると Φ_q ($q=1,2,\dots,6$) は次式で求められる。

$$\Phi_q(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_S f_q(\xi, \eta, \zeta) G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) dS \quad (5)$$

式(5)における f_q は物体表面に湧き出し点が分布すると考えたときその湧き出し点での湧き出し量の分布を示す関数であり (ξ, η, ζ) は物体表面上の点である。この f_q を求めるために物体表面での境界条件式に式(5)を代入する。すると次式を得る。

$$-f_q(x, y, z) + \frac{1}{2\pi} \iint_S f_q(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial G}{\partial n}(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) dS = 2n_q(x, y, z) \quad (6)$$

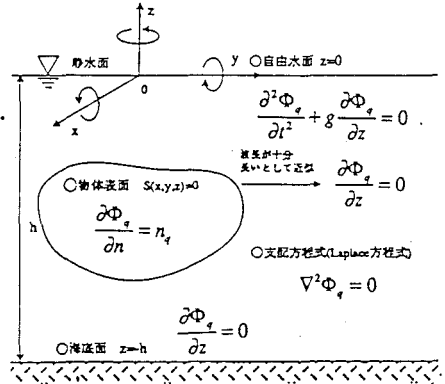


図1 支配方程式及び境界条件

ここで、物体表面をN個のパネルに分割し、上で触れた離散化手法を用いると式(6)は次式で表すことができる。

$$-f_{qi} + \sum_{j=1}^N \alpha_{ij} f_{qj} = 2n_{qi} \quad (i=1,2,\dots,N) \quad \alpha_{ij} = \frac{1}{2\pi} \iint \frac{\partial G}{\partial n}(x_i, y_i, z_i; x_j, y_j, z_j) dS_j \quad (7)$$

また式(5)に対しても離散化を行うと次式が得られる。

$$\Phi_{qi} = \sum_{j=1}^N \beta_{ij} f_{qj} \quad (i=1,2,\dots,N) \quad \beta_{ij} = \frac{1}{4\pi} \iint G(x_i, y_i, z_i; x_j, y_j, z_j) dS_j \quad (8)$$

そこで式(7)により求められた f_{qi} ($i=1,2,\dots,N$) を式(8)に代入することにより Φ_{qi} ($i=1,2,\dots,6$) が計算できる。以上の理論を用いて波力及び応答変位を算出するプログラムを作成した。

3. 解析結果と考察

解析モデルは図2に示すとおり、直径10m長さ30mの円筒型浮体基礎と直径2.5m高さ22mの円形断面橋脚を間隔25mで有するものと考え、これをアンカーケーブルで緊張保留させた。解析はこのモデル1ユニットに対して行い、橋脚部に対してはモリソン式が適用できるのでこれにより波力を計算した。また基礎部は(円周方向)12×(長さ方向)12+(側面)24×2=192パネルに分割し、12角柱に近似して行った。検討は次に示す2つのケースについて行うものとする。

- ① y方向に波が入射する時の浮体基礎のy方向の応答特性 (sway応答)
- ② x方向に波が入射する時の浮体基礎のz方向の応答特性 (heave応答)

ここで sway と heave は 90° 位相がずれているためそれぞれの最大値に対する検討は独立に行ってよい。

まず①の場合であるが、このときの波力をモリソン式により計算した値と比較した形で図3に示す。モリソン式による計算値は本プログラムによる計算値と比べて最大値を示す波周波数 $\omega=0.8(\text{rad/sec})$ 付近において約30%の誤差を生じた。しかし最大値が $\omega=0.8(\text{rad/sec})$ 付近で生ずることや波力が安全側の評価を与えていることから、モリソン式による計算値は予備検討を行うときの近似値としては用いることができると考えられる。また図4より本プログラムから算出された sway 方向の最大水平変位は $s_1/\zeta_0=0.54(\text{cm/m})$ (ζ_0 : 片振幅波高(m)) となった。

次に②の場合であるが、このときの波力もモリソン式により計算した値と比較した形で図5に示す。モリソン式による計算値は本プログラムによる計算値と比べて最大波力で約20%の誤差を生じたが、①と同様に良好な近似値が得られた。また図6より本プログラムから算出された heave 方向の最大鉛直変位は $s_1/\zeta_0=0.25(\text{cm/m})$ となった。

以上浮体基礎に働く波力をポテンシャル理論により計算し、橋脚に働く波力をモリソン式により計算することにより海上橋梁の応答特性について論じた。

参考文献

- 1) O.C.Zienkiewicz: Numerical Methods in Offshore Engineering, John Wiley & Sons, Ltd., 1978.

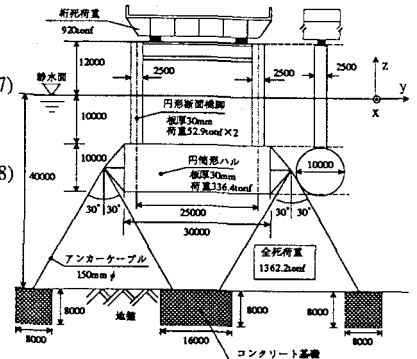


図2 解析モデルの寸法

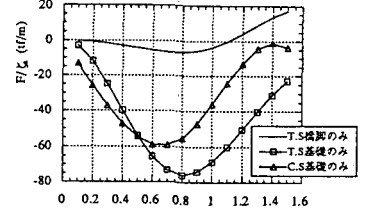


図3 水平波力と波周波数の関係 (T.S.=モリソン式, C.S.=ポテンシャル理論)

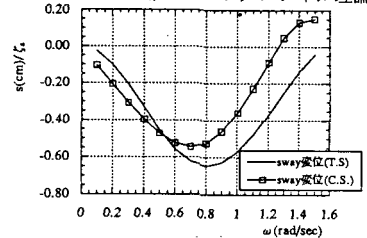


図4 水平変位と波周波数の関係

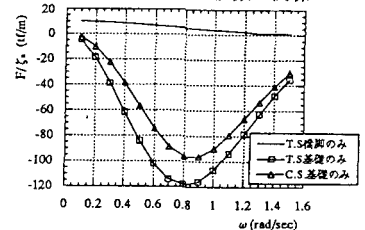


図5 鉛直波力と波周波数の関係

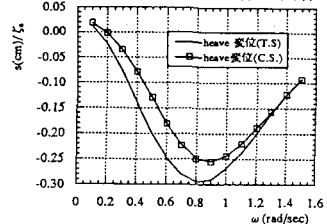


図6 鉛直変位と波周波数の関係