条件付確率場の理論を用いた大領域時空間確率場の数値計算について

京都大学大学院　学生員　○盛川　仁
京都大学防災研究所　正　員　亀田弘行

1. はじめに　筆者らはこれまでに地震動モニタリングシステムの構築を念頭においた地震波動場の確率論的内挿を行うための基礎的理論として，条件付確率場について議論を進めてきた[1),2)]。この理論は，空間内のn個の地点のうち$n-m$個の地点で確定波が与えられている場合に，その確定波を条件とするm個の条件付確率過程の確率論的性質を振動数領域における解析により解析的に示したものである。ところが数値計算に共分散行列の逆行列演算が含まれるために，nが大きくかつ各地点間の相関が非常に高い場合には数値的に不安定になって正しい結果を得られない場合があることがわかった。そこで本研究ではこのような問題を解消し，nの値によらず精度のよい計算を行うための手法について述べる。

2. 条件付確率場の理論の概要　空間・時間に関する多次元の条件付確率場の問題を，任意の2地点間の相互スペクトルが与えられているものとして，空間軸方向に離散的な多変量1次元の確率過程の問題に置き換えて考える。ただし，ここで扱うように空間軸の離散化により，スペクトル特性の空間場における変動は，任意の非一様性を持つ場合でも扱うことができる。確定波によって条件づけられていない任意の地点における確率過程は平均値0の定常正規過程であり，このような確率過程の実現値の一つとして確定波が与えられているものとする。一般に，確率過程$U_i(t); i=1,2,\ldots,n$は，次のようにフーリエ級数に展開できる。

$$U_i(t) = \sum_k (A_{ik}\cos\omega_k t + B_{ik}\sin\omega_k t) \qquad (i=1,2,\ldots,n) \tag{1}$$

ここでA_{ik}，B_{ik}は振動数ω_kにおけるフーリエ係数である。このときA_{ik}，B_{ik} $(i=1,2,\ldots,n)$は，互いに独立な平均値0の正規確率変量で，その共分散行列$\boldsymbol{V}_k$は，地点$\boldsymbol{x}_i$におけるパワースペクトル$S_i(\omega_k)$，及び$\boldsymbol{x}_i$と$\boldsymbol{x}_j$なる2地点間の相互スペクトル$S_{ij}(\omega_k)$によって決定される。また，確定波$u_i(t); i=1,2,\ldots,m$は確率過程$U_i(t)$の実現値であるから，フーリエ係数A_{ik}，B_{ik}の実現値$\tilde{a}_{ik}$，$\tilde{b}_{ik}$を用いて，式(1)と同様に次のように表すことができる。

$$u_i(t) = \sum_k (\tilde{a}_{ik}\cos\omega_k t + \tilde{b}_{ik}\sin\omega_k t) \qquad (i=1,2,\ldots,m) \tag{2}$$

振動数ω_kにおけるフーリエ係数A_{ik}，B_{ik} $(i=1,2,\ldots,n)$に関する$2n$次元の結合正規確率密度関数は上述の共分散行列$\boldsymbol{V}_k$を用いて求められる。従ってフーリエ係数の実現値$\tilde{a}_{ik}$，$\tilde{b}_{ik}$ $(i=1,2,\ldots,m)$によって条件づけられたフーリエ係数A_{ik}，B_{ik} $(i=m+1,\ldots,n)$に関する$2(n-m)$次元の条件付の結合確率密度関数を解析的に求めることができる。この条件付確率密度関数によって，推定すべきフーリエ係数，すなわちm個の条件付確率過程の確率論的性質は厳密に記述されたことになる。

3. 条件付確率場の理論を用いた簡易計算法　これまでの確率場のシミュレーション[3),4)]においては条件付きであるかどうかにかかわらず，対象とする地点数nが大きくなると共に，大規模な行列の計算が必要となり計算機に対して大きな負担となっていた。それに対して本節に示す手法は，一度に計算する領域を限定することで行列計算を精度良く高速に実行し，条件付確率場の理論を応用して，既にシミュレートされた波形を順次条件として取り込むことで所定の相関を有する確率場のシミュレーションを実現するものである。以下にその手順を示す(図1参照)。(i) これからシミュレーションを行う地点からみて，相関が十分に低いと思われる地点は計算対象としない。(ii) 計算対象地点のなかで観測波またはシミュレーション波が得られている地点があればその地点での波形を条件として取り入れる。(iii) シミュレーションは**2.** において$m=n-1$として実行し，順次シミュレーションを行う地点を移動させていく。

Hitoshi MORIKAWA, Hiroyuki KAMEDA

4. 数値計算例[5]　　3. で述べた手法に従って，n が大きい値をとる場合のシミュレーション結果を示す。従来の手法で精度よく計算を行えるのはエンジニアリング・ワークステーション (EWS) を用いた場合，$n \leq 30$ 程度であった。それに対して本節で示す数値計算例は $n = 220$ としながら，十分に安定した計算を行うことができた。図2に示した計算例は風洞内の風速変動をシミュレートしたもので，太線で示した波形は実際に風洞内で観測した結果を用いている。また，スペクトルは岩谷[4]が用いた式をそのまま用いた。なお，図2では0.02秒間隔で時間軸方向に512個のデータを用いているが，この計算を行うために要した時間は，スーパーコンピューター (Cray Y–MP2E/264) で300秒前後であった。

5. おわりに　　本研究で述べた計算手法を今後地震波動場に適用し，かつより高精度で計算時間の短い数値計算手法を実現できるように工夫を行うことはもちろんであるが，条件付確率場の理論を実際の物理現象にあてはめて精度良く推定を行っていくためには，最初から与えられているとしているスペクトルをどのようにして決定するかという重要な問題がある。理想は，対象とする物理現象を記述する運動方程式等から解析的かつ詳細にスペクトルを決定することである。しかしそのためには非常な困難を伴う場合が多く，むしろある程度の精度でスペクトルを与えておき，観測値が得られる度に順次スペクトルを更新していくという手法の開発が必要であると考えている。

謝辞　　本研究の数値計算の遂行にあたって，風洞内の風速変動場の性質に関して京都大学防災研究所の丸山助手から貴重なご助言をいただいた。風洞実験によるデータ収集も同助手によるものである。記して感謝の意を表する次第である。なお，数値計算は京都大学化学研究所のスーパーコンピューター・ラボラトリーを利用した。
参考文献　　1) Kameda, H. and Morikawa, H., *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol.7, No.4, pp.243–254, 1992.　　2) Kameda, H. and Morikawa, H., submitted for possible publication in the *Journal of Engineering Mechanics Division*, ASCE, March 1992.　　3) たとえば，Shinozuka, M., Stochastic Mechanics, ed. by M. Shinozuka, Department of Civil Engineering & Engineering Mechanics, Columbia University, New York, Vol.I, pp.1–44, Jan. 1987.　　4) 岩谷，日本風工学研究会誌，第11号，pp.5–18, 1982年1月.　　5) 盛川・丸山，第8回生研NSTシンポジウム講演梗概集「乱流の数値シミュレーション」— 乱流モデル相互間の比較・検討 —，東京大学生産技術研究所NST研究グループ，pp.33–36, 1993年3月.

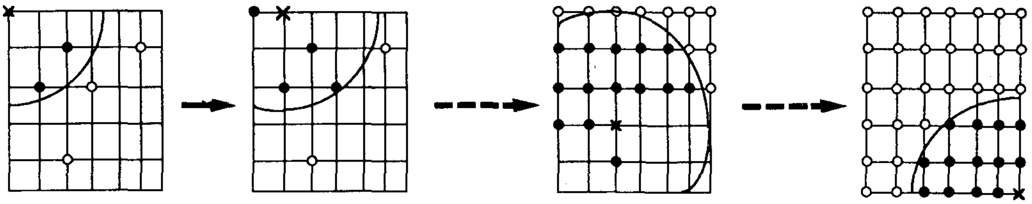

図1　大領域における簡易数値計算法の概念

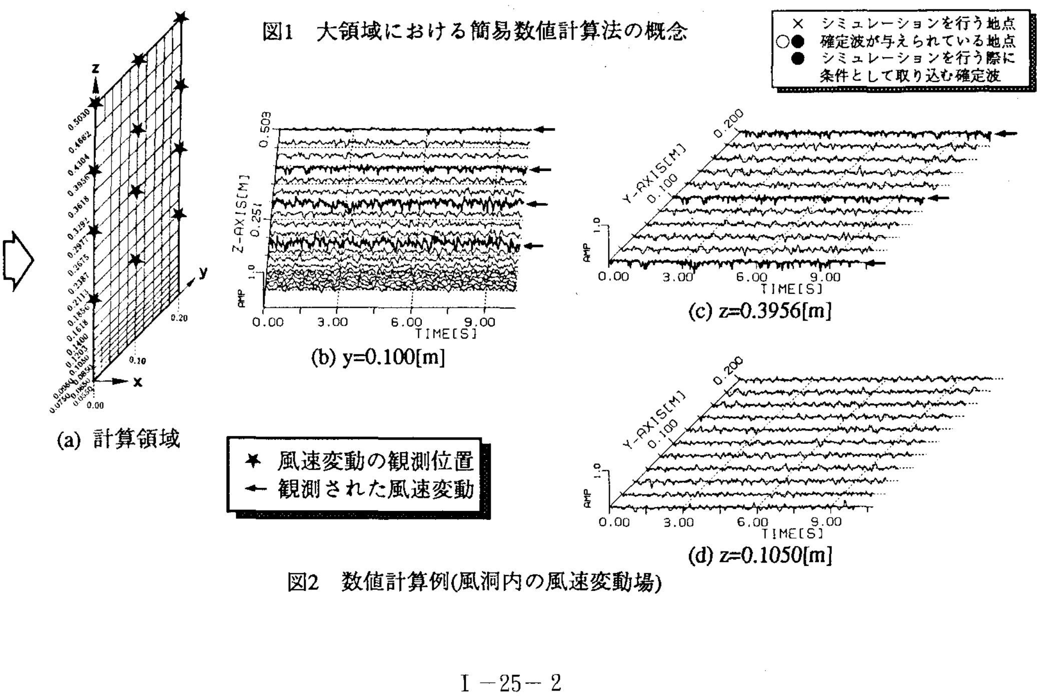

図2　数値計算例(風洞内の風速変動場)