開孔を有する平板のせん断座屈強度

関西大学工学部　正　員　米澤　博
関西大学工学部　正　員　堂垣正博
片山ストラテック　正　員○向台　茂
日本鉄塔工業　正　員　榎本武雄

1. まえがき

鋼箱桁橋のダイアフラムやプレートガーダー橋の横桁などには，配管・配線あるいは維持管理のため，開孔がしばしば設けられる．開孔を有する板（以下，有孔板と称する）の開孔部周辺には応力の集中が起こったり，板が座屈しやすくなる．この種の長方形板の座屈強度や極限強度に関する研究は孔のない板（以下，無孔板と称する）に比べて極めて少ない．ここでは，有孔板の極限強度に関する研究の一環として，その弾性座屈を有限要素法によって明らかにする．せん断を受ける有孔板を対象に，開孔の形状と大きさおよび長方形板の形状が座屈強度に及ぼす影響を調べる．また，開孔部周辺をダブリングで補強することを考え，その補強の範囲と座屈強度の関係を明らかにする．

2. 解析法

図-1に示すような板の中央に直径dの円孔あるいは一辺の長さがdの正方形孔を有する長さa，幅b，板厚tの長方形板の周辺に一様分布のせん断応力が作用する場合の弾性座屈を明らかにする．板周辺の支持条件として

①周辺単純支持
②2対辺単純支持・他対辺固定
③周辺固定

の3通りを考える．また，開孔部の周辺は応力自由で，面外方向に変位自由の状態にあるものとする．

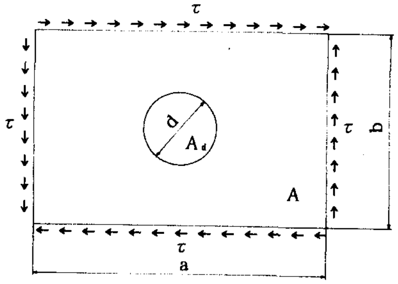

図-1

構造解析法に有限要素法を用いるが，円孔を有する長方形板の解析を考慮し，長方形板の離散化がより容易な三角形要素を用いる．座屈前の平面応力解析には3節点6自由度の，弾性座屈解析には3節点9自由度の三角形要素を用いる．座屈前の構造系全体の剛性方程式は

$$[K]\ \{\delta\} = \{F\} \tag{1}$$

で与えられる．ここに［K］は剛性マトリックス，｛δ｝はxおよびy方向の節点変位u，vからなる変位ベクトルである．｛F｝は荷重ベクトルで，ここでは長方形板の周辺に作用するせん断応力に等価な節点力が与えられる．

式(1)の多元連立1次方程式を基本座屈応力［$\tau_e = \pi^2 D/b^2 t$,　Dは曲げ剛さ］が作用するもとに解けば，板内部の節点変位が求められる．これらの節点変位を用い，各有限要素内の応力σ_x，σ_y，τ_{xy}が計算される．得られた応力を用い，長方形板が弾性座屈する場合の平衡方程式を誘導すれば

$$[K_b]\ \{\delta_b\} + k_{cr}\ [K_g]\ \{\delta_b\} = 0 \tag{2}$$

が得られる．ここに［K_b］は板曲げに対する剛性マトリックス，［K_g］は基本座屈応力の作用のもとで求められた板内の応力によるポテンシャルエネルギーから誘導された幾何剛性マトリックス，k_{cr}は荷重係数，｛δ_b｝は節点でのたわみw，たわみ角θ_x，θ_yからなる変位ベクトルである．開孔を有する長方形板が座屈するためには，｛δ_b｝≠0でなければならず

$$\left| [K_b] + k_{cr}\ [K_g] \right| = 0 \tag{3}$$

が成立せねばならない．したがって上式を満たす固有値すなわち座屈係数k_{cr}をRegula Falsi法で求める．

Hiroshi YONEZAWA, Masahiro DOGAKI, Shigeru MUKANDAI, and Takeo ENOMOTO

3. 数値解析結果とその考察

(1)既往の解との比較：円孔を有する正方形板を対象に，本解析結果とNarayanan-Der Avanessianによる有限要素解[1]の比較を行う．有孔板の弾性座屈係数を縦軸に，円孔の直径と板幅の比を横軸に取れば，図-2のような座屈係数曲線を得る．ただし，板の周辺が単純支持された場合と固定の場合を対象とした．周辺単純支持された無孔板の２重フーリエ級数解k_{cr}=9.34[2] に対して本解はk_{cr}=9.16, Narayananらの解はk_{cr}=8.53 を与えている．これらの比較から，本解は理論解によく一致しており，Narayanan らの結果より精度のよいことが分かる．また図から明らかなように，本曲線は全体的にNarayananらの曲線を上まわっている．

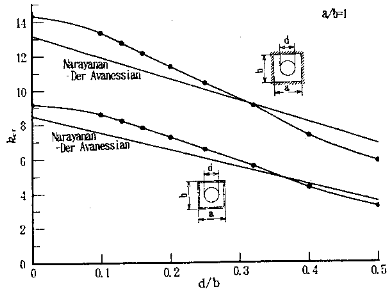

図-2

(2)開孔の形状：円孔と正方形孔を対象に，開孔の形状が座屈係数に及ぼす影響を調べた．有孔板と無孔板の座屈係数の比を縦軸に，開孔の面積を横軸に取れば図-3を得る．ただし，周辺単純支持された長方形板の縦横比はa/b=1.5 である．図より明らかなように，開孔の形状に関わらず，座屈係数は開孔の増大とともにかなり低下する．しかし，開孔の増大とともに，座屈係数が徐々に一定の値に収束する傾向にある．また，開孔部の面積に関わらず，正方形孔を有する長方形板の座屈係数は円孔の場合に比べて常に低い．これは，正方形孔の場合には，隅角部周辺での応力集中が顕著となるためである．

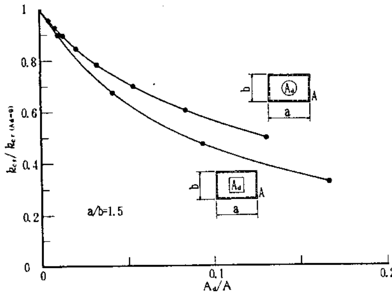

図-3

(3)長方形板の形状：長方形板の縦横比と座屈係数の関係は図-4のようになる．ただし，周辺単純支持された場合を示す．周知のように，せん断を受ける無孔板の座屈係数は縦横比の増加とともに漸減する．しかし有孔板の場合，開孔が大きくなれば，縦横比a/b=１付近でその増加とともに座屈係数が増加する傾向にある．また，いずれの縦横比に対しても座屈係数は開孔の増大とともに減少する．減少の度合いは縦横比がa/b=１より小さな領域で顕著となる．

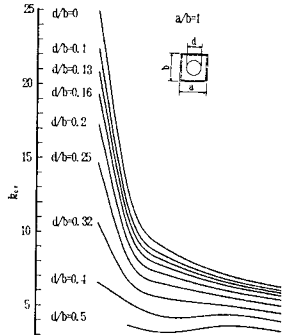

図-4

(4)ダブリングによる補強：板の中央に円孔を有する長方形板のせん断座屈強度を上昇させるため，開孔部周辺をダブリングによって補強することが考えられる．有孔板と無孔板の座屈係数の比を縦軸に，ダブリング部の板厚t_rと長方形板の板厚ｔの比を横軸に取れば図-5を得る．図から明らかなように，ダブリング部の板厚t_rの増加とともに座屈係数はほぼ線形的に増加するが，ダブリング部の板厚t_rがある値に達すると，それ以上t_rを増加させても座屈係数の上昇を期待できない．なお，ダブリングで補強した有孔板の座屈係数が無孔板のそれと等しい場合には有孔板の鋼重は無孔板のそれにほぼ等しくなることが分かった．

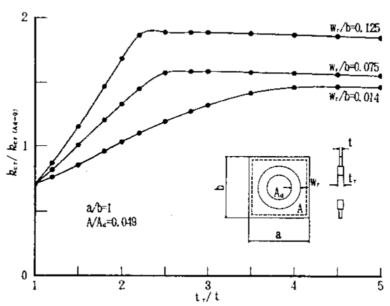

図-5

参考文献：1)Narayanan, R. (ed.) : Plated Structures -Stability and Strength-, Applied Science Publishers, 1983.
2)Timoshenko, S. P. and Gere, G. M. : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, 1962.