

関西大学工学部 正 員 米澤 博
 関西大学工学部 正 員 堂垣 正博
 日本橋梁 正 員 〇高村 義行
 関西大学大学院 学生員 柴田 朝康

1. まえがき：ニールセン橋や斜張橋の鋼床版，幅員の広い鋼床版橋，一体組み立てされた鋼箱桁と鋼製橋脚におけるフランジ部などには，2 方向から面内力を受ける補剛板構造が見受けられる．この種の補剛板の弾性座屈や極限強度に関する研究は北田ら^{1), 2)} によってなされている．ここでは縦横に補剛された板が 2 方向から圧縮力を受ける場合の弾性座屈を解析的に明らかにする．数本の横補剛材間の主板パネルと縦補剛材からなる板をそれと等価な直交異方性板に置換するとともに，横補剛材を軸力，横荷重およびねじりを受ける弾性はり一柱にモデル化し，弾性はり一柱で支持された連続直交異方性板として解析する．広範なパラメトリック解析を実施し，直交補剛板の縦横比，縦補剛板の曲げ剛比，横補剛材の本数・断面積・曲げ剛比などが座屈強度に及ぼす影響を調べる．

2. 座屈時の基礎微分方程式と境界・連続条件式：図-1 に示すような長さ a ，幅 b ，板厚 t の主板，曲げ剛さ EI_x ，ねじり剛さ GJ_x の縦補剛材，および曲げ剛さ EI_y ，ねじり剛さ GJ_y の横補剛材からなる直交補剛板において，主板と縦補剛材からなる横補剛材間の板パネルをそれと等価な直交異方性板に置換し，それが 2 方向の圧縮力を受ける場合の座屈時のたわみ曲面の微分方程式は

$$D_x w_{xxxx} + 2H w_{xxyy} + D_y w_{yyyy} = -N_x w_{xx} - N_y w_{yy} \quad (1)$$

で与えられる．ここに， D_x は直交異方性板の縦方向の曲げ剛さ， H は直交異方性板のねじり剛さ， D_y は主板パネルの曲げ剛さ， w はたわみ， N_x と N_y はそれぞれ x および y 方向からの圧縮力である．

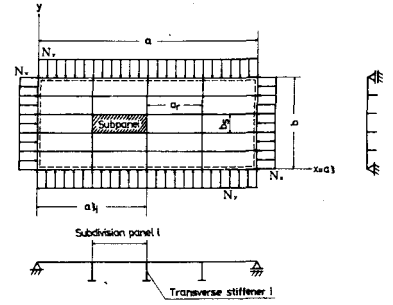


図-1

つぎに，直交補剛板が周辺単純支持されているものとすれば

$$x=0 \text{ and } a : w = w_{xx} = 0 \quad (2)_{1, 2}$$

$$y=0 \text{ and } b : w = w_{yy} = 0 \quad (3)_{1, 2}$$

の境界条件が成立する．また，主板と縦補剛材からなる直交異方性板が数本の横補剛材によって弾性支持・弾性回転支持されているものとすれば，その位置 $x = x_i$ での連続条件が

$$\begin{aligned} x = x_i : w_i &= w_{i+1}, w_{i,x} = w_{i+1,x}, GJ_i w_{i,xxy} = -D_x w_{i+1,xx} - D_1 w_{i+1,yy} + D_x w_{i,xx} + D_1 w_{i,yy}, \\ EI_i w_{i,yyy} &= -D_x w_{i+1,xxx} - H w_{i+1,xxy} + D_x w_{i,xxx} + H w_{i,xxy} - N_y A_i / t w_{i,yy} \end{aligned} \quad (4)_{1-4}$$

のように得られる．ここに A_i は横補剛材の断面積， D_1 は主板パネルのねじり剛さである．

3. 微分方程式の解と座屈方程式：式(3)の境界条件を満たす座屈時のたわみ曲面の微分方程式の解を

$$w_i = C e^{\alpha x} \sin(n\pi y/b) \quad (5)$$

のように仮定し，式(1)に代入すれば，つぎのような特性方程式

$$\lambda^4 + \frac{\alpha^2}{\bar{D}_x} \left\{ \frac{K_x}{\alpha} - 2\bar{H}(n\pi)^2 \right\} \lambda^2 + \frac{\alpha^2}{\bar{D}_x} \{ \alpha^2 (n\pi)^4 - K_x \bar{N}_{yx} \alpha (n\pi)^2 \} = 0 \quad (6)$$

を得る．ここに $\alpha = a/b$ ， $\bar{D}_x = D_x / D$ ， $\bar{H} = (D_1 + 2D_x) / D$ ， $\bar{N}_{yx} = N_y / N_x$ ， $K_x = k_{cr,x} \pi^2 \alpha \sqrt{\bar{D}_x}$ で， $k_{cr,x}$ は x 方向圧縮力に対する座屈係数である．

したがって，式(6)に根の公式を適用すれば

$$\lambda_{1-4} = \pm \sqrt{\left[-\Omega_1 \pm \sqrt{(\Omega_2 - 4\Omega_3)} \right] / 2} \quad (7)$$

Hiroshi YONEZAWA, Masahiro DOGAKI, Yoshiyuki TAKAMURA, and Tomoyasu SHIBATA

の4根が得られる。ここに $\Omega_1 = \alpha^2 / \bar{D}_x \{K_x / \alpha - 2\bar{H} (n\pi)^2\}$, $\Omega_2 = (\alpha^2 / \bar{D}_x)^2 \{(K_x / \alpha)^2 + 4\bar{H}^2 (n\pi)^4\} + 4\alpha^3 K_x \bar{N}_x (n\pi)^2 / \bar{D}_x$, $\Omega_3 = (\alpha^2 / \bar{D}_x)^2 K_x \bar{H} (n\pi)^2 / \alpha + \alpha^4 (n\pi)^4 / \bar{D}_x$ である。式(7)の Ω_1 , および $\Omega_2 - 4\Omega_3$ の正負によって8種類の微分方程式の一般解が得られる。解析対象の直交補剛板の数値パラメータを用い、 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ の値を計算し、8種類の一般解から適切な解を選び、それを両端の境界条件式と横補剛材上での連続条件式に代入すれば、横補剛材の本数が n_1 の場合、 $4(n_1+1)$ 元の連立1次方程式

$$[K] \{C\} = 0 \quad (8)$$

を得る。ただし $[K]$ は座屈係数 k_c を含むマトリックスである。

したがって、直交補剛板が座屈するためには

$$|[K]| = 0 \quad (9)$$

を満たす座屈係数 k_c を固有値解析によって決定すればよい。

4. 数値解析結果とその考察：縦補剛板の曲げ剛比が $D_x/D=100$ 、横補剛材の本数と曲げ剛比がそれぞれ $n_1=1$, $EI_1/bD=100$ の直交補剛板にy方向とx方向の圧縮力が $N_y/N_x=0, 0.5, 1$ の割合で作用する場合の弾性座屈係数曲線は図-2のようになる。ただし、図中の●印は横補剛材が座屈変形の節を形成せず、主板、縦補剛材および横補剛材が一体となって座屈する全体座屈（●印より左側の縦横比の領域）と横補剛材が座屈変形の節を形成して座屈する部分座屈（●印より右側の縦横比の領域）が同時に起こる場合を示す。図から分かるように、純圧縮($N_y/N_x=0$)の状態にy方向圧縮力が加わり、それが増すとともに座屈係数は明らかに減少する。x方向の座屈変形モードが1半波から1波に移る縦横比の値は大きくなる。横補剛材が座屈変形の節を形成するようになる縦横比の前後で座屈係数が急変する。

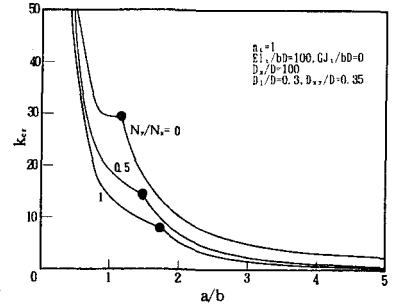


図-2

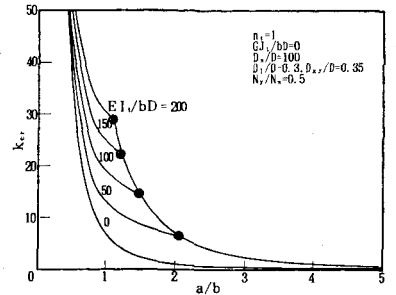


図-3

つぎに、種々の横補剛材の曲げ剛比に対する弾性座屈係数曲線は図-3のようになる。ここに、横補剛材の本数は $n_1=1$, y方向およびx方向の圧縮力の比 $N_y/N_x=0.5$ の場合である。また、図中の●印は図-2と同じ意味を持つ。図から明らかなように、横補剛材が座屈モードの節とはならず、直交補剛板の全体座屈が生じる領域（●印より左側）では、横補剛材の曲げ剛比の増加とともに座屈係数の増大は著しい。また、横補剛材の曲げ剛比の増加とともに横補剛材が節を形成する最小の縦横比は小さくなる。また、横補剛材の曲げ剛比が大きいほど●印の前後での弾性座屈係数の変化が著しい。横補剛材が座屈変形の節を形成するようになれば、曲げ剛比を増加させても座屈係数は変化せず、同じ値を示す。

縦横比 $\alpha=1, 2, 3$ の場合、横補剛材の曲げ剛比と弾性座屈係数の関係を示すと、図-4を得る。図から明らかなように、横補剛材が座屈変形の節を形成するまでの間は、横補剛材の曲げ剛比の増加とともに弾性座屈係数は線形的に増加する。しかし、横補剛材が節を形成すれば、弾性座屈係数は一定の値を示すようになる。

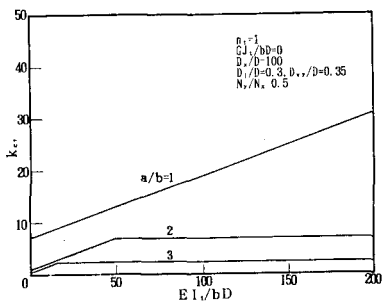


図-4

参考文献：1)北田他：2方向面内力を受ける補剛板の極限強度に関する研究，構造工学論文集，Vol. 34A, 1988-3. 2)北田他：補剛材方向に引張力，補剛材直角方向に圧縮力を受ける補剛板の極限強度に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol. 36A, 1990-3.