

粒度分布を考慮した砂質土の透水係数の表示について

京都大学防災研究所 正員 土屋義人
出光エンジニアリング(株) 正員 ○山元淳史

1. 緒言 従来の砂質土の飽和透水係数の算定式は、間隙率と代表粒径の関数として表示されているが、混合粒径の粒度分布をどう考慮するかは未解決の問題として残されている。本研究では、粒度分布に対数正規分布を適用し、毛細管モデルを用いることによって、粒度分布を考慮した透水係数の算定式を誘導する。

2. 直列毛細管モデル 土の粒度分布の多くは、対数正規分布で近似できることが知られており、粒度分布特性値である平均値 $\lambda = \ln D_{50}$ と標準偏差 $\sigma_0 = \ln \sqrt{D_{84}/D_{16}}$ により記述できる。この σ_0 と均等係数 $U_c = D_{60}/D_{10}$ および曲率係数 $U_c' = D_{30}^2/D_{60}D_{10}$ との関係は、 $\sigma_0 = \ln U_c^{0.85} = \ln U_c'^{-0.50}$ である。さて、土の間隙構造を毛細管束で近似するとき、間隙の大きさの分布はその管径分布（間隙径分布）で表わされる。間隙径分布の算定には、水分特性曲線から求める方法と、何らかの幾何学的な定義をして土粒子径分布から求める方法がある。ここでは後者の方法を採用し、円筒形の単位間隙が流線方向に繋がった直列毛細管モデル（図-1）を考える。用いた主な仮定は次のようである。①粒子は球形で等方均質に充填されている。②単位間隙の管長さ L は管径 d に比例する（比例定数 C_L ）。③単位体積当たりの単位間隙の個数 N_p は、粒子の個数 N_g に比例し、 $N_p = N_g/C_m$ （ C_m ：定数）。④単位間隙径は周囲を取り囲む球形土粒子 C_n 個（定数）の粒径から求められる。⑤流れは層流で形状抵抗は無視する。粒度分布が対数正規分布に従うとき、単位体積あたりの土粒子の個数分布も平均値 $\lambda - 3\sigma_0^2$ 、標準偏差 σ_0 の対数正規分布に従い¹⁾、そのとき $N_g = 6/\pi \cdot (1-n) D_{50}^{-3} \exp(4.5\sigma_0^2)$ が得られる。さて、3個の粒子（粒子径： D_1, D_2, D_3 ）が互いに接しているとき、粒子中心を結ぶ三角形の面積 S はヘロンの公式より、 $S = \sqrt{(D_1+D_2+D_3)/2 \cdot D_1 D_2 D_3}$ である。 S は d^2 に比例すると考えられるため、 C_n 個に対する間隙径 d は、土粒子径 $D_1, D_2, \dots, D_{C_n}$ の幾何平均に比例すると類推される。

$$d = \alpha^{C_n} \sqrt{D_1 \times D_2 \times \dots \times D_{C_n}} \quad (1)$$

D の個数分布は対数正規分布に従うから、 d も平均値 $\lambda - 3\sigma_0^2 + \ln \alpha$ 、標準偏差 σ_0^2/C_n の対数正規分布に従う。

また、係数 α は、仮定①、②および③と N_g の式より、

$$\alpha = \left(\frac{n}{1-n} \frac{2 C_m}{3 C_L} \right)^{1/3} \exp \left\{ \left(1.5 - \frac{3}{2 C_n} \right) \sigma_0^2 \right\} \quad (2)$$

となる。直列毛細管内の平均流速 V_m は、Poiseuilleの法則により、 $d, d^3, 1/d^3$ の期待値を用いて、

$$V_m = \frac{\rho g}{32 \mu} \frac{E(d)^2}{E(d^3)E(1/d^3)} \left(\frac{\Delta h}{\Delta L} \right) \quad (3)$$

で表される。透水係数 k は、多孔質体の断面平均流速 $V = n V_m$ より次式のようになる。

$$k = \left(\frac{2 C_m}{3 C_L} \right)^{2/3} \frac{\rho g}{32 \mu} \frac{n^{5/3}}{(1-n)^{2/3}} D_{50}^2 \exp \left\{ \left(-3 - \frac{11}{C_n} \right) \sigma_0^2 \right\} \quad (4)$$

この式では、透水係数 k が間隙率 n 、中央粒径 D_{50} 及び粒度分布のばらつきを示す標準偏差 σ_0 の関数として表現されており、混合粒径の粒度のばらつきが大きい程透水係数が小さくなることを示している。式中の係数 C_m, C_L 及び C_n は、本モデルで考慮しなかった粒子の形状、充填方法、流路の屈曲度に関するものであり、実験で求める必要がある。

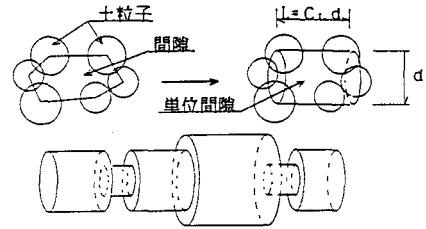


図-1 直列毛細管モデル

3. 透水係数算定式の検討 従来の透水係数算定式は、一般的に $k = C f_1(n) D_s^2$ の形で表され、この代表粒径 D_s に D_{10} 、 D_{20} または $D_w (= 1 / \sum (p_i / D_i))$ 、粒径の調和平均) が用いられている。これらを式(4)と比較するために、 D_{s0} と σ_0 または U_c を用いて書換えるとうぎのようになる。

$$D_{10} = D_{s0} \exp(-1.28 \sigma_0) = D_{s0} U_c^{-0.83} \quad (5), \quad D_{20} = D_{s0} \exp(-0.84 \sigma_0) = D_{s0} U_c^{-0.55} \quad (6)$$

$$D_w = D_{s0} \exp(-0.5 \sigma_0^2) = D_{s0} \exp(-0.21 (\ln U_c)^2) \quad (7)$$

σ_0 の関数形は、 D_{10} と D_{20} では $\exp(-C_2 \sigma_0)$ 、 D_w と式(4)では $\exp(-C_2 \sigma_0^2)$ の2タイプにまとめられる。これより、係数 C_1 、 C_2 を用い、従来の透水係数算定式と式(4)を拡張して以下のように表示する。

$$k = C_1 \frac{\rho g}{\mu} D_{s0}^2 \cdot f_1(n) \cdot f_2(\sigma_0) \quad (8)$$

$$f_2(\sigma_0) = \exp(-C_2 \sigma_0) \text{ または } \exp(-C_2 \sigma_0^2)$$

ここで、関数形 $f_1(n)$ は表-1 に示されており、上から順にKozeny, Zunker, Terzaghi, Rumerの各式と式(4)である。表-1には、武内²⁾が球形ガラス粒子でおこなった定水位透水試験の結果をもとに、各 $f_1(n)$ および $f_2(\sigma_0)$ の組み合わせに対する係数 C_1 、 C_2 の回帰分析結果が示されている。このうち式(4)を用いたときの回帰曲線を図-2に示す。 σ_0^2 が大きくなるに従い透水係数は小さくなっており、この回帰曲線は実験データに良く対応している。回帰分析の結果から次のことがわかる。①表-1に示されている各組み合わせの条件付き分散の不偏推定値 S_{κ^2} にはほとんど差が見られず、関数形の優劣は決め難い。これは σ_0 が比較的小さいことからわかるように、使用したデータの粒度分布がほぼ均一であり、またその間隙率 n の変動範囲も狭かったためと思われる。② $f_2(\sigma_0)$ に $\exp(-C_2 \sigma_0)$ を選んだときの係数 C_2 の値は、式(5)(6)と同様に考えれば表の上から順に D_{42} 、 D_{40} 、 D_{41} 、 D_{38} 、 D_{37} に相当する。これらはそれぞれの $f_1(n)$ を選んだときの球形ガラス粒子の代表粒径と考えられる。③式(4)の組み合わせを選んだとき、係数 $C_2 = 1.05$ の結果から $C_n = 5.6$ が求められる。またこの C_2 はほぼ1に近いことから、式(7)より $D_{s0}^2 f_1(n) \approx D_w^2$ とみなすことができ、式(4)は代表粒径として D_w の表示を用いることができる。

4. 結 語 粒度分布が対数正規分布に近似できることを利用し、透水係数算定式と粒度分布の関連を理論的にあきらかにした。今後はより多くの土質データに基づく対数正規性の確認と、透水係数算定式の関数形の比較検討を行いたいと考えている。

参考文献 1) 土屋義人: 混合砂礫の限界掃流力に関する研究, 京大防災研年報, 6号, pp. 228-253, 1963.

2) 武内等: 確率モデルによる多孔体内の流れのシミュレーション, 土木学会論文報告集, 187号, pp. 79-93, 1971.

表-1 回帰分析結果

(上段 C_1 , 中段 C_2 , 下段 S_{κ^2})

		$f_2(\sigma_0)$	
		$\exp(-C_2 \sigma_0)$	$\exp(-C_2 \sigma_0^2)$
$f_1(n)$	$\frac{n^2}{(1-n)^2}$	5.06×10^{-3} 0.384 7.05×10^{-3}	4.90×10^{-3} 0.625 7.00×10^{-3}
	$(\frac{n}{1-n})^2$	1.92×10^{-3} 0.522 6.59×10^{-3}	1.83×10^{-3} 0.829 7.07×10^{-3}
	$(\frac{n-0.13}{\sqrt{1-n}})^2$	8.40×10^{-3} 0.476 6.74×10^{-3}	8.05×10^{-3} 0.760 7.04×10^{-3}
	$\frac{n^2}{1-n}$	3.10×10^{-3} 0.601 6.82×10^{-3}	2.93×10^{-3} 0.947 7.74×10^{-3}
	$\frac{n^{1/3}}{(1-n)^{2/3}}$	2.63×10^{-3} 0.673 7.29×10^{-3}	2.45×10^{-3} 1.05 8.71×10^{-3}

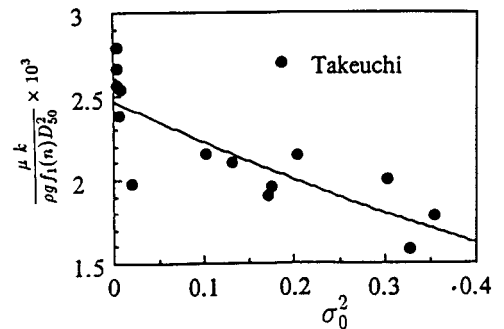


図-2 無次元化した透水係数と σ_0 の関係