

大阪大学工学部 正会員 松井 保

大阪大学工学部 正会員 ○小田和広

1. まえがき

現在、土に対するモデル化は巨視的な視点から土を連続体とみなす方法が主である。しかし、土を連続体として取り扱う場合、せん断帯の発生の問題等の地盤の破壊の問題を取扱うことは困難である。これは、これらの問題が土が粒子の集合体から構成されているという点に起因するからである。本研究は、材料の持つ微細構造の影響を考慮した連続体の力学、すなわちコッセラ連続体理論を実際の問題へ適応し、その適応性について検討を行うものである。

2. コッセラ連続体

コッセラ連続体とは、通常の連続体理論に回転運動による角運動量を持たせたものである。すなわち、材料の構成要素自身が材料全体の変形などと無関係に変形や剛体的に回転しうる連続体理論である。本研究では、簡易化のため平面ひずみ問題に対象を限るものとする。コッセラ連続体理論におけるひずみ（マイクロひずみ）は以下のように定義される¹⁾²⁾。

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x} - \omega_z \quad \text{および} \quad \varepsilon_{yx} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \omega_z \quad (1)$$

ここに、 u_x および u_y はマクロ変位ベクトル、 ω_z はマイクロ回転ベクトルを表している。直ひずみは通常の連続体理論によるひずみと変わらないが、せん断ひずみには ω_z が付加されている。このため、せん断ひずみは対称ではなくなっている。また、マイクロ回転勾配テンソルは以下のように定義される。

$$\kappa_{xz} = \frac{\partial \omega_z}{\partial x} \quad \text{および} \quad \kappa_{yz} = \frac{\partial \omega_z}{\partial y} \quad (2)$$

さらに、ひずみベクトルを

$\varepsilon = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yx}, \kappa_{xz}l, \kappa_{yz}l\}^t$ で定義する。

図-1は、2次元コッセラ連続体における応力(σ)と偶応力(m)の関係を示している。偶応力が作用しているため、コッセラ連続体におけるせん断力は対称にならない。また、ここで応力ベクトルを

$\sigma = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yx}, m_{xz}/l, m_{yz}/l\}^t$ で定義する。

弾性状態において、ひずみベクトル ε と応力ベクトル σ の間には、以下の関係が存在する。

$$\sigma_{kl} = \lambda \varepsilon_{rr} \delta_{kl} + (\mu + \mu_c) \varepsilon_{kl} + (\mu - \mu_c) \varepsilon_{lk} \quad \text{および} \quad m_{kl}/l = 2\mu \kappa_{kl}l \quad (3)$$

ここで、 λ および μ はラーメの定数である。 μ_c および l はコッセラ連続体において新たに導入される材料定数である。特に、スケールパラメータ l は長さの単位を持つ材料定数である。

3. 弾塑性構成関係

本研究では、簡易化のため、弾塑性構成関係としてvon Misesによる降伏関数および関連流れ則を用いた。コッセラ連続体の場合、von Misesの降伏関数は次式のように表される。

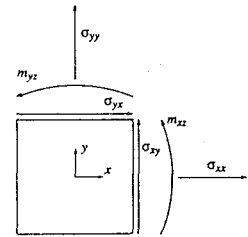


図-1 コッセラ連続体における応力と偶応力の関係

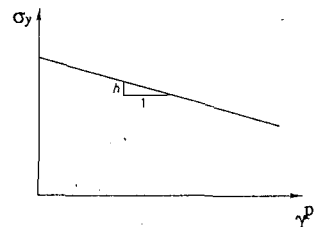


図-2 降伏応力と塑性せん断ひずみの関係

$$f = \sqrt{3J_2} - \sigma_v(\gamma^p) \quad J_2 = \frac{1}{4}S_{11}S_{11} + \frac{1}{4}S_{22}S_{22} + \frac{1}{2}m_{11}m_{11}/l^2 \quad (4)$$

ここで、 σ_v は塑性せん断ひずみの関数である。図-2は、本研究で用いた σ_v と塑性せん断ひずみ γ^p との関係を示している。塑性係数 h を変化させることにより、塑性硬化および軟化特性を表現できる。

4. 数値解析

本研究では、コッセラ連続体理論を有限要素法に適用し、数値解析を行った。本解析手法には以下のような特徴がある。①有限要素は、2次の三角形要素³⁾(7点積分)を用いている。②一般化リターン・マッピング手法⁴⁾および弧長増分法⁵⁾を用いることにより、材料の塑性軟化および硬化特性を安定して解析できるようしている。図-3は本解析で用いた解析モデルを示している。解析モデルは粘土の平面ひずみ試験をモデル化したものであり、左右および上下の対称性から供試体の $\frac{1}{4}$ を取り出し、モデル化をされている。載荷は、載荷板上面に等分布荷重を載荷することにより行われている。表-1は解析に用いた材料定数を示している。本研究では、スケールパラメータ l の影響を調べるため、ひずみ軟化特性を示す材料特性を用いている。図-4は、載荷板上面での作用荷重と変位の関係を示している。図より、スケールパラメータ l が0.1および0.001の場合、ピーク強度は一致していることが分かる。しかし、スケールパラメータ l が大きくなるにつれ、ピーク強度が大きくなっている。特に、スケールパラメータ l が10.0の場合、他の解析結果では δ/H が0.01付近においてピーク強度を示すのに対し、 δ/H が0.02付近においてピーク強度を示していることが分かる。ピーク後の挙動においても、スケールパラメータ l が0.1および0.001のケースでは、ほぼ一致した挙動を示しているのに対し、スケールパラメータ l が1.0および10.0のケースでは、スケールパラメータ l が大きくなるほど軟化傾向が抑制されている。これは、式(2)から分かるように、スケールパラメータ l が大きくなるとマイクロ回転に対する剛性が大きくなることに起因すると考えられる。

最後に本研究は科学研究費補助金 奨励研究A(課題番号:03855110)によって行われた。

参考文献

- 1)大南正瑛(編著),1980:'マイクロメカニクス入門'
- 2)R. de Borst & L.J. Sluys, 1991:'Localisation in a Cosserat continuum under static and dynamic loading conditions', Com. Meth. Ap. Mech. Eng. 90, pp. 805-827
- 3)川井忠彦(監訳),1978:'応用有限要素法'
- 4)M. Ortiz & J.C. Simo, 1986:'An analysis of a new class of integration algorithms for elasto-plastic constitutive relations', Int. J. Num. Meth. Eng. vol. 23, pp. 353-366
- 5)M.A. Crisfield, 1981:'A fast incremental/iterative solution procedure that handles "Snap-Through"', Com. Struc. vol. 13, pp. 55-62

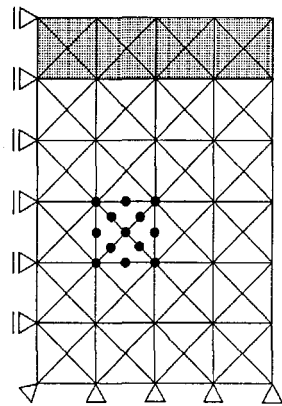


図-3 解析モデル

表-1 材料定数

E	300.0kgf/cm ²
ν	0.48
μ_0	100.0kgf/cm ²
h	-10.0kgf/cm ²
σ_v	3.0kgf/cm ²

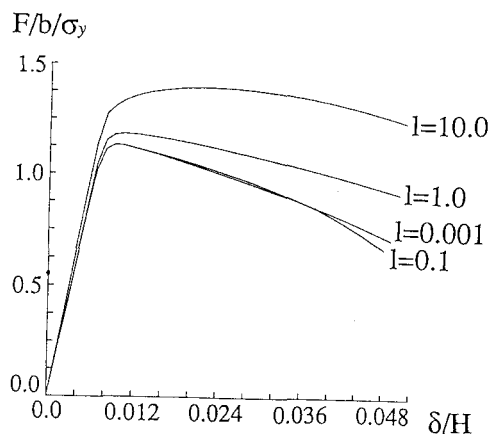


図-4 載荷板上面における荷重-変位関係