鉛直あるいは平面の変断面水路を通過する波浪の変形

大阪市立大学工学部　正員　角野昇八　　大阪市立大学工学部　学生員○ 鍾一明
大阪市立大学工学部　　山田　真

1．まえがき　水深方向あるいは水平方向に複数の急変断面がある図１に示すような水路を進行する波の透過率と反射率の問題を考える。このような問題の既往の研究例はいくつかみられるが、本研究では、近似的ではあるが簡単な方法によってこの問題を解析するために、漸近展開接合法[1]を適用する。ここに、流体は非圧縮性、非粘性と仮定する。

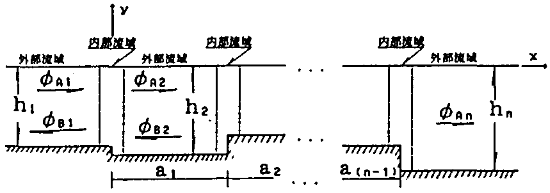


図１　急変断面水路（鉛直急変断面）

2．理論解析　本解析手法の概要は以下のようである。まず、全水路を、一様水深（あるいは一様幅）の波動場領域（外部領域とよぶ）とその波向き幅が極めて薄いような急変断面を挟む流れ場の領域（内部領域とよぶ）とに分ける。波動場の外部領域の解（外部解）と流れ場の内部領域の解（内部解）をそれぞれ別個に用意し、それぞれの内・外部領域近傍での漸近展開形を接合させて全領域を満たす解を求める。この際、適用する内部解の制約から、急変断面は流れに平行か直角な境界からなっている必要がある。また同じく内部解の流れは急変断面を離れた点では一様流であることから、鉛直急変断面の問題（以下、鉛直問題）においては波動は長波である必要があり、平面急変断面の問題（以下、平面問題）においては水路幅が波長に比べて小さい必要がある。

1）問題の定式化　支配方程式はいずれも速度ポテンシャルに関する２次元のラプラスの方程式である。また境界条件として、自由表面での条件と水底面、水路壁面での条件が課される。入射波側無限遠方では入射波以外に反射波のみが存在し、透過波側無限遠方では透過波のみが存在するとの放射条件も必要である。また、入射波領域および透過波領域以外の外部領域では、お互いに反対方向に進行する２つの波を考える。

2）外部問題　鉛直問題における速度ポテンシャルの外部解の空間座標の項、あるいは平面問題における同じく平面座標の項は急変断面部での境界条件を満足する必要はなく、m番目の外部領域に対して一般的に以下に表される。

$$\phi_m = A_m \exp(ik_m x) + B_m \exp(-ik_m x) \qquad (1)$$

ここに、A_m、B_mは複素の係数であり、特に、入射波領域($m=1$)では入射波に対して$A_1=1$、反射波に対して$B_1=R$（複素反射率）をとり、透過波領域($m=n$)では$A_n=T$（複素透過率）、$B_n=0$をとる。また、鉛直問題では波数k_mは水深変化に応じて異なった値をとる。この外部解の漸近展開形は、急変断面が$x=d_m$にある場合、以下の形となる。

$$\phi_m \to A_m\{1+K_m(x-d_m)\}\exp(iK_m d_m) + B_m\{1-K_m(x-d_m)\}\exp(-iK_m d_m) \quad (x\to d_m) \qquad (2)$$

3）内部問題　内部領域では流体運動は波動よりはむしろポテンシャル・フローの振動流と見なし、上流側水深をh_m、下流側をh_{m+1}とする図２(a)のような流れを考える。急変断面部での境界条件はこの内部解によって満足される。この流れを表す式は、ζ平面

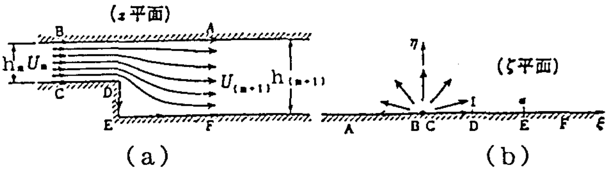


図２　内部解

Shohachi Kakuno　　Yiming Syu　　Makoto Yamada

（補助平面）の原点におかれたわき出しから流れだす流れ（ただし、上半平面）

$$w_m=(Q_m/2\pi)\log\zeta+c_m \qquad (3)$$

を写像変換関数[2]

$$z=(h_{(m+1)}/\pi)\,[\ln\{(1+t)/(1-t)\} - (1/\beta)\ln\{(\beta+t)/(\beta-t)\}] \qquad (4)$$

を介して物理平面($z=(x-d_m)+i\,(y-h_{(m+1)})$)に変換することにより得られる。ここにQ_mはわき出しの強さを表し、c_mは任意の複素定数、また$t^2=(\zeta-\beta^2)/(\zeta-1)$, $\beta=h_{(m+1)}/h_m$。この内部解の$(x-d_m)\to\pm\infty$における漸近展開形は、ζ平面において$\zeta\to\infty$あるいは$\zeta\to0$とした挙動の物理平面への変換よりそれぞれ得られ、速度ポテンシャル項に相当するその実部を記すと

$$\phi_m\to(Q_m/h_{(m+1)})(x-d_m)+(Q_m/\pi)E_m+c_{Rm} \qquad \{(x-d_m)\to+\infty\} \qquad (5)$$

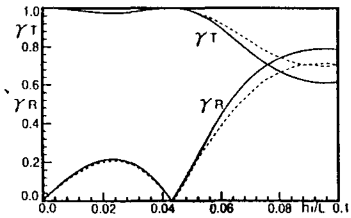
$$\phi_m\to(Q_m/h_m)(x-d_m)+(Q_m/\pi)F_m+c_{Rm} \qquad \{(x-d_m)\to-\infty\} \qquad (6)$$

である。ここに、 $E_m=\ln|(\beta^2-1)/4|-(1/\beta)\ln|(\beta-1)/(\beta+1)|$、 $F_m=\ln|4\beta^2/(1-\beta^2)|-\beta\ln|(1+\beta)/(1-\beta)|$である．また、上・下流側水深に浅深関係の制約はないので、下流側が上流側よりも浅い場合にも上式はそのまま用いることができる。

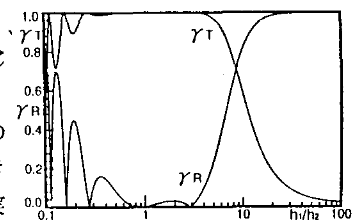
4）接合　式（2）に表される外部解の漸近展開形と式（5）と（6）に表される内部解の漸近展開形を接合（すなわち等値）することによりT、R、Q_m、c_{Rm}ほかの未知の係数を定めることができ、問題の解が求められることになる。透過率と反射率はそれぞれ、$\gamma_T=|T|$，$\gamma_R=|R|$より求められる。

この手法によれば、一般に、水路にn個の急変断面がある場合には4n元の連立1次方程式を解くことが必要となる。また、このようにして得られる関係式は内部解の形が上・下流側の浅深関係に関わりなく同じ形をとるために、岸に向かって急浅、急深(平面問題では急縮、急拡)に関わりなく、また潜堤、トレンチ(平面問題では埋め立て、堀り込み)に関わりなく同じ形の解が得られることになり、問題を統一的に眺めることが可能となる。

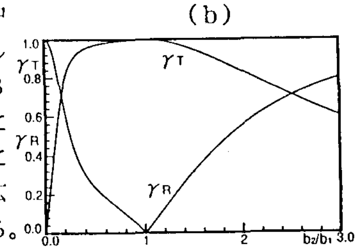
3．計算結果　岸に向かって急深、急浅の断面による透過率と反射率の本手法による結果は既往の解[3]とよく一致し，本手法の妥当性が確認できた。図3(a)は、2列の潜堤による透過率と反射率に対して本手法の解(実線)と喜岡らによる結果[4](点線)を比較したものである。本手法は長波理論によるものであるにもかかわらず、0.1 程度の相対水深まで両者は比較的よくあっているのが確認できる。また、図3（b）は、一定水深の中の幅aの2列の帯域がトレンチ状から潜堤状まで連続的にその高さを増していく場合の透過率と反射率の変化の様子の例を示したものであり、図3（c）は水路途中の長さaの部分の水路幅が埋め立て状から掘り込み状に連続的に拡幅されるときの同様の結果の例を示したものである。この図によれば、この計算条件では水路幅の途中を1/2に狭める場合よりも2倍に広げる場合の方が反射率は大きく、透過率は小さくなることが示されている。



2列潜堤による反射率と透過率
($h_1=h_3=h_5$, $h_1/h_2=h_1/h_4=3.0$, $h_1/a_1=h_1/a_3=1.5$, $a_2/h_1=4$)
（a）



2列トレンチから潜堤へ変化する場合の反射率と透過率
($h_1=h_3=h_5$, $h_2=h_4$, $a_1=a_3$, $a_2/a_1=6.0$, $h_1/L_1=0.03$)
（b）



平面的に部分急縮から急拡へ変化する水路の反射率と透過率
($b_1=b_3$, $b_1/L=0.15$, $a/b_1=6.0$)
（c）

図3　計算結果

参考文献　(1)角野昇八,漸近展開接合法の海岸工学への応用．水工学シリーズ，87-B-3．(2)渡辺 昇，複素関数論の応用と計算(1981)，朝倉書店．(3)井島武士，最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用．1971年度水工に関する夏季研修会講義集，Bコース．　(4)喜岡ら，複数列配置した潜堤にる波浪制御．海岸工学論文集，第三巻(1989)，pp. 549-553