

碎波帯内における戻り流れの鉛直分布の表示式と 水面渦度の特性

大阪府立工業高等専門学校 正員 ○平山 秀夫
南海電鉄 尾関 貴清
大和ハウス 北山 宏二

1. はしがき：碎波帯内における戻り流れは、海浜地形の変化や海浜流の発生機構と密接に関連しており、主として、碎波に伴って発生する平均水位の上昇や水表面の渦と乱れに支配される。従って、碎波帯内における流れの分布特性を理論的に表示するためには、この水表面に発生する渦や乱れの特性値を定量的に把握することが不可欠である。

本研究では、このような立場から前報¹⁾に引き続いて、碎波帯内における戻り流れの鉛直分布に関するより簡便な理論的表示法を確立させようとするものである。ここではまず、前報に示した水面渦度係数(β)を次元解析的に整理することによって、水面渦度(ω)の推定式を求める試みを試みる。次に、この提案された推定式を用いて戻り流れの鉛直分布の理論値を算出し、これと従来示されている実験値との比較検討から理論の適合性を調べると共に、この方法によれば入射波の条件と碎波点位置さえ与えれば、碎波帯内任意断面における戻り流れの鉛直分布及び水面渦度が簡単に推定できることを示す。

2. 渦度の推定式及び理論解析：1.) 渦度の推定式の提案；前報¹⁾に示したように、斜面上任意水深における水面渦度は、渦度の程度に応じて決定されるべき定数 β ($\beta > 0$)を用いて、次式のように表される。

$$\omega = -a^2 \sigma k^2 (2 + \beta) \coth kh \quad (1)$$

(a : 波の振幅, k : 波数, h : 水深)

ここで、式(2)中における β の値は、戻り流れの実験値との対応から推定される値であるが、これらの β の値を次元解析的に(h/H_0)及び(h/h_b)の諸元で整理すると、図-1にしめすようになり、傾斜面の底面勾配にかかわらず、次式のような一次関数の回帰直線で表示されることが明かとなった。(H_0 : 沖波々高, h_b : 碎波水深)

$$\beta = -35.0(h/H_0)(h/h_b) + 58.0 \quad (2)$$

従つて、傾斜面上の水面渦度の推定式は次式のように求められる。

$$\omega = 2a^2 \sigma k^2 \left(\frac{17.5h^2}{H_0 h_b} - 30.0 \right) \coth kh \quad (3)$$

2.) 水面渦度の推定式に基づく戻り流れの鉛直分布の理論解析；ここでは、碎波帯内でも水表面の渦度を除けば波動成分(ボテンシャル成分)は消失することなく存在し、かつ渦度層の水面渦度は近似的に前述の式(3)で表現できるという仮定のもとに戻り流れの鉛直分布のEuler的表示に関する理論展開を行う。

いま、戻り流れの鉛直分布を支配する基礎方程式は次式のような Longuet-Higgins(1953)の conduction eq. によって表されるとする。

$$\varepsilon^2 \nabla^4 \psi = \nabla^4 \left[\frac{\sigma \sinh 2k(z-h)}{4 \sinh^2 kh} \right] a^2 \quad (4)$$

ここで、 $\varepsilon = a/L$ (L : 波長), ψ : 質量輸送の流れ関数, $k = 2\pi/L$ である。

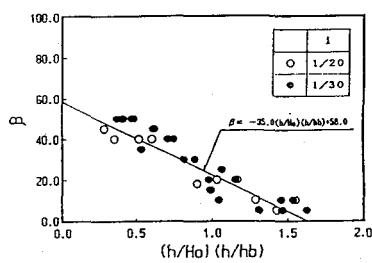


図-1 β と $(h/H_0)(h/h_b)$ との関係

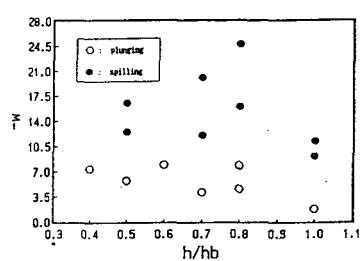


図-2 碎波形式による水面渦度の変化
($i = 1/20$)

連続条件式は底面質量輸送の流れ関数 ψ が $(\psi)_{z=0}=0$ 及び $(\psi)_{z=h}=0$ を満足しなければならないことから、次式のように表される。

$$(Z^{(p)})_{z=0} = \sinh 2kh \quad \text{及び} \quad (Z^{(p)})_{z=h} = 0 \quad \dots \dots \quad (5)$$

水面条件は、前述の水面渦度の推定式(3)を適用して次式のように表される。

$$\left(\frac{d^2 Z^{(p)}}{dz^2}\right)_{z=0} = \left(\frac{70.0 h^2}{H_0 h_b} - 116.0\right) k^2 \sinh 2kh \quad \dots \dots \quad (6)$$

次に、底面条件は、従来提案されている平山(1987)の式そのままで底面上での実験値との適合性に若干の差異が生じるので、それを補正する意味で補正係数 m を乗じた次式を用いた。

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2 Z^{(p)}}{dz^2}\right)_{z=h} &= 5kh \left[\frac{1}{5} \left(2 + 3 \cos \theta \right) - \frac{3}{5} \cos \theta \frac{dh}{dx} \left(\frac{1}{hk} \frac{dH}{dh} - \coth kh \right) \right] \\ &\quad - \frac{1}{5k} \sqrt{\frac{2\sigma}{\nu}} \sin \theta - \frac{4}{5k} \cos \theta \frac{d\alpha}{dx} \left(\alpha - \frac{1}{2} \right) - 2k \end{aligned} \quad \dots \dots \quad (7)$$

以上の条件式を用いて式(4)を解けば、碎波帯内の波動層内における Euler 的戻り流れの鉛直分布の理論式が次式のように求まる。

$$U_e = \frac{\alpha^2 \sigma k}{4 \sinh^2 kh} \left[3m \cos \theta + \frac{\beta kh}{2} \left(3 \frac{Z^2}{h^2} - 4 \frac{Z}{h} + 1 \right) \sinh 2kh \right. \\ \left. + 3 \left(\frac{\sinh 2kh}{2kh} + \frac{3}{2} m \cos \theta \right) \left(\frac{Z^2}{h^2} - 1 \right) + \left(-3 \frac{Z^2}{h^2} + 1 \right) \left(1 - m \right) + Q' \right]$$

(8)

ここで、 Q' は次式のように表される。

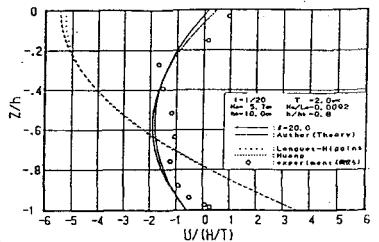
$$Q' = 3m \left(\frac{Z^2}{h^2} - \frac{1}{3} \right) \frac{3}{2} \left[-\frac{4}{3K} \left(\alpha - \frac{1}{2} \right) \frac{d\alpha}{dx} \cos \theta - \sin \theta \left(\frac{1}{4kh} \left[\frac{h}{h_b} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{4}{9} K \left(\left(\frac{h}{h_b} \right)^{-7/2} \frac{h}{h_b} \right) \right]^{-1} \left(1 - \frac{4}{9} \frac{1}{B} K \left[h_b \frac{dH}{dh} \left\{ \frac{h}{h_b} - \left(\frac{h}{h_b} \right)^{7/2} \right\} \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \left. + B \left\{ 1 + \frac{7}{2} \left(\frac{h}{h_b} \right)^{-9/2} \right\} \right] \right] + \coth kh + \frac{1}{3k} \sqrt{\frac{2\sigma}{\nu}} \right] \quad \dots \dots \quad (9)$$

なお、 m の値は、底面上における戻り流れの実験値との適合度から $m=0.5$ の場合が最適であることが判明した。

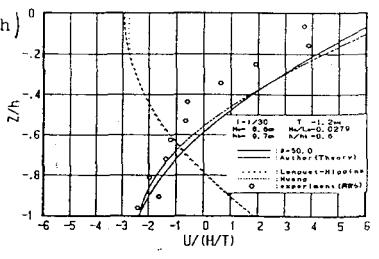
3. 解析結果： 1) 水面渦度とその分布特性；図-2は式(3)に基づいて算出された水面渦度 ω の分布状況を碎波形式別に示したものである。この図から明らかのように、 ω の値は、plunging型においては場所的変化による増減が少なく、かつ大きさも比較的小さいものであるが、一方、spilling型では、 ω の場所的变化が著しく、かつ、全般的に plunging型よりも大きな値を示すようである。2) 理論値と実験値との適合性；図-3(1),(2)は、それぞれ底面勾配 $i=1/20$ 及び $i=1/30$ における戻り流れの鉛直分布の理論値と実験値の比較を示したものである。これらの図から、式(8)より算出された理論値は、底面で若干の差異が生じることを除けば、実験値とほぼ一致することが明かとなった。

4. まとめ： 1) 式(3)から算出される水面渦度のオーダーは $10^0 \sim 10^1$ であり、従来示されている結果とオーダー的に一致することから、碎波帯内の水面渦度は式(4)で簡単に推定できる。2) 定式化された水面渦度を用いた場合の戻り流れの鉛直分布の理論結果も実験値とよく合致することから、本理論で碎波帯内における戻り流れの鉛直二次元分布を十分説明できることが明かとなった。

参考文献： 1) 平山ら；碎波帯における戻り流れと表面渦度の分布特性、平成3年度関西支部年譲、



(1) $i=1/20$ の場合



(2) $i=1/30$ の場合
図-3 本理論値と実験値の比較