

不等曲げを受けるプレートガーダーの複合非線形解析

関西大学工学部 正会員 米澤 博 関西大学工学部 正会員 堂垣正博
 ㈱栗本鐵工所 正会員○津田久嗣

1. まえがき 曲げ, せん断, あるいは曲げ・せん断を受けるプレートガーダーの耐荷力に関する理論的・実験的研究は今日までかなりなされている。曲げとせん断が同時に作用する場合, 曲げモーメントは桁軸方向に変化し, それにつり合うせん断力が作用する。このような荷重状態に対するプレートガーダーの複合非線形解析は現在までのところあまりなされていない¹⁾。ここでは, 左右で大きさの異なる曲げとそれにつり合うせん断力を受ける連続桁の中間支点近傍のプレートガーダーを対象に, 垂直補剛材間の腹板と上下フランジからなる桁一パネルを上下フランジで弾性支持および弾性回転拘束された腹板にモデル化し, 腹板と上下フランジの非線形連成挙動を理論的に明らかにする。広範な数値解析を行い, せん断力と曲げモーメントの比, 腹板の幅厚比, 上下フランジの幅厚比と断面積, 初期たわみ, および残留応力などがプレートガーダーの非線形挙動や終局強度に及ぼす影響を調べる。

2. 基礎式と境界条件式 図-1 に示す垂直補剛材間隔 a , 高さ b で板厚 t の腹板, および幅 b_f で板厚 t_f の上下フランジからなる 2 軸対称断面のプレートガーダーが左右で大きさの異なる曲げモーメントとそれにつり合うせん断力を受ける場合, その幾何学的・材料的非線形解析を次の仮定のもとに行う。すなわち,

1) Kirchhoff-Love の仮定, 2) 部材は完全弾塑性体で, ひずみ硬化は考えない, 3) 部材の降伏は von Mises の等価応力で行う, 4) フランジは局部変形しない。

(1) つり合い式: 弾塑性状態での腹板の x , y および z 方向の力のつり合い式を Lin, Massonnet の弾塑性理論にしたがって誘導すれば

$$N_x^e,_{xx} + N_{xy}^e,_{yy} - N_x^p,_{xx} - N_{xy}^p,_{yy} = 0 \quad (1)$$

$$N_{yx}^e,_{xx} + N_y^e,_{yy} - N_{yx}^p,_{xx} - N_y^p,_{yy} = 0 \quad (2)$$

$$M_x^e,_{xx} + 2M_{xy}^e,_{xy} + M_y^e,_{yy} - M_x^p,_{xx} - 2M_{xy}^p,_{xy} - M_y^p,_{yy} + (N_x^e - N_x^p)\bar{w}_{,xx} + 2(N_{xy}^e - N_{xy}^p)\bar{w}_{,xy} + (N_y^e - N_y^p)\bar{w}_{,yy} = 0 \quad (3)$$

が得られる。ここに, $\bar{w}$ は初期たわみ w_0 と荷重によるたわみ w の和すなわち全たわみである。 N_x , N_y は x , y 方向の膜力, N_{xy} は膜せん断力, M_x , M_y は y および x 軸まわりの曲げモーメントおよび M_{xy} はねじりモーメントである。上添字 e は桁の一部が降伏し弾塑性状態にあっても, 桁の全断面が弾性のままでであると仮定して求められる断面力を, 上添字 p は断面内の塑性化を考慮し, 弾性断面力を低減するための仮想断面力を示す。仮想断面力は, 弾性断面力から求められる von Mises の等価応力が降伏点応力 σ_y を超える場合, その超過量を板厚方向に数値積分して求められる。また, コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

(2) 境界条件: 左右で大きさの異なる曲げモーメントとそれにつり合うせん断力を受ける腹板は垂直補剛材上で単純支持され, かつ桁軸方向に軸力が作用しないものとすれば, $x=0$ において

$$u = 0, \quad N_x^e,_{yy} + N_{yx}^e - (N_x^p,_{yy} + N_{yx}^p) = 0, \quad \bar{w} - w_0 = 0, \quad \bar{w}_{,xx} - w_{0,xx} = 0 \quad (4)$$

ただし, $x=0, y=0$ では $u=0, v=0$ とする。ここに N_x は垂直補剛材の軸力である。また, $x=a$ において

$$u = (y - b/2)\phi, \quad v - v_a = 0, \quad \bar{w} - w_0 = 0, \quad \bar{w}_{,xx} - w_{0,xx} = 0 \quad (5)$$

のようになる。ここに, ϕ は $x=a$ 辺での中立軸まわりの面内回転角で, 反時計まわりを正とする。 v_a はせん断力と等価な作用の鉛直方向変位で, 次式を満足するように求められる。

$$\phi = (S/S_p)/(M/M_p) \quad (6)$$

ここに S , S_p はそれぞれ $x=a$ における腹板のせん断力と全塑性せん断力を, M , M_p はそれぞれ $x=a$ での中

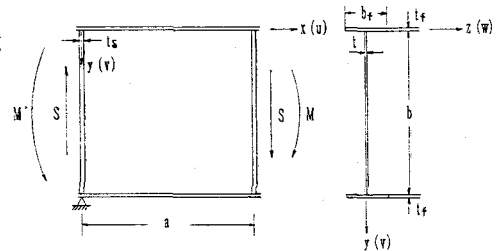


図-1

立軸まわりの桁の面内曲げモーメントと全塑性モーメントである。

次に、腹板が上下フランジで弾性支持および弾性回転拘束されているものとすれば、次式を得る。

$$\begin{aligned} N_{f,x} \pm N_{x,y} - (N_{f,x} \pm N_{x,y}) &= 0, \\ M_{f,x} \pm N_{y,y} + N_{f,y} v_{,xx} \mp N_{x,y} v_{,x} - (M_{f,x} \pm N_{y,y} + N_{f,y} v_{,xx} \mp N_{x,y} v_{,x}) &= 0, \\ M_{f,y} \pm N_{x,x} \pm M_{y,y} \pm 2M_{x,y} + N_{f,y} \bar{w}_{,xx} \mp N_{x,y} \bar{w}_{,x} \\ - (M_{f,y} \pm N_{x,x} \pm M_{y,y} \pm 2M_{x,y} + N_{f,y} \bar{w}_{,xx} \mp N_{x,y} \bar{w}_{,x}) &= 0, \\ M_{y,y} \pm M_{f,y} - (M_{y,y} \pm M_{f,y}) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 N_f はフランジの軸力、 $M_{f,x}$ 、 $M_{f,y}$ はそれぞれフランジの弱軸および強軸まわりの曲げモーメント、 M_i はねじりモーメントである。また複号のうち、上段は上フランジ辺、下段は下フランジ辺で用いられる。

(4) 数値解析法：上述のつり合い式と境界条件式を変位表示し、それらに差分法を適用すれば、多元連立の非線形代数方程式を得る。それを増分法と修正Newton-Raphson法の混合法で解けば、非線形解を得ることができる。なお、多元連立一次方程式の解法には三角分解法を用い、演算時間を短縮した。また、解析結果を広範なプレートガーダーに適用できるように諸式を無次元化した。

3. 数値解析結果 広範なパラメトリック解析を行う前に、差分分割数や板厚方向の層数と解の精度を調べた。その結果、腹板をxおよびy方向に20分割、板厚方向に10分割、フランジの幅と厚さをそれぞれ10と6分割すれば、精度のよい解の得られることが分かった。初期たわみとして、xおよびy方向に半波の正弦波を仮定した。なお、降伏点応力 $\sigma_p = 2400 \text{ kgf/cm}^2$ (235MPa)、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ (206GPa)、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。

フランジの断面積が桁一パネルの終局強度に及ぼす影響を調べるため、その右端での曲げモーメント M/M_p と面内回転角 ϕ の関係を描けば、図-2を得る。図中、○と△はそれぞれフランジと腹板の断面積比が $b_{ft}/b_t = 0.5$ と0.25の場合の初期降伏を表す。いずれの組合せの曲げモーメントとせん断力が作用する場合にも、フランジの断面積が終局強度に及ぼす影響は大きい。フランジと腹板の断面積の比が0.25から0.5に増大すると、荷重の組合せに関わらず終局強度は約20%増大した。

次に、5種類の組合せの曲げモーメントとせん断力が作用する場合の最高荷重時の腹板のたわみ分布を描くと図-3となる。曲げモーメントのみが作用

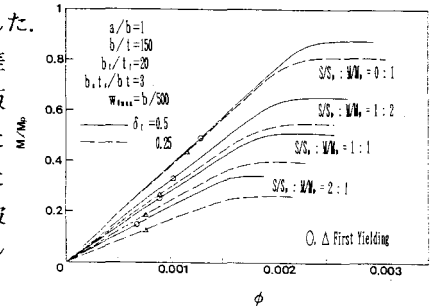


図-2

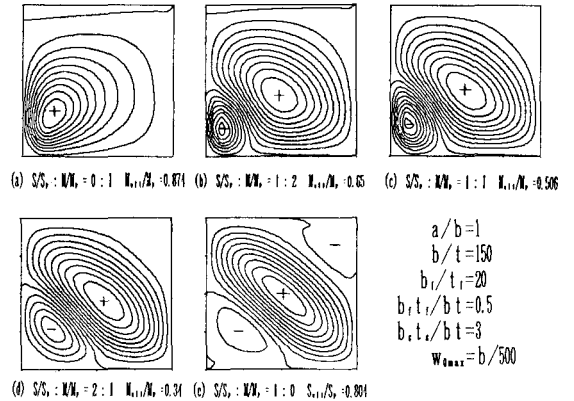


図-3

する場合、桁が支点によって支持されなければ腹板のたわみは桁中央で対称となるが、本研究では桁の左端の隅角部が支持されているため、この影響が腹板のたわみに大きく現れている(図(a))。曲げモーメントの他にせん断力が加わると、せん断座屈特有の変形が腹板には現れるようになる。せん断力のみが作用する場合(図(e))には、斜張力場が対角線方向に形成され、その方向はほぼ45°であった。

その他の結果については講演会当日に述べる。なお、本研究は平成3年度関西大学学術研究助成基金(奨励研究)の補助を受けた。

参考文献：1)中沢・倉西：構造工学論文集，Vol.37A，1991-3。