

衝撃を受ける多層はりの動的応答解析

大阪市立大学 正 員 小林 治俊
 大阪市立大学 正 員 園田恵一郎
 大阪市立大学 学生員 ○柳原 康男

1. まえがき

先に著者ら [1-3] は、構造部材としての梁や平板を対象に動弾性論に基づく厳密な解析を行い、衝撃作用点より発生した応力波が上下辺(面)で反射を繰り返しながらスパン方向へ伝播して行く特性を明らかにした。本研究は、これら研究を進展させ、鋼・コンクリート合成サンドイッチ梁の衝撃応答を固有関数展開法(モード法)を用いて解析を行ったのもであり、過渡状態での応力波の伝播特性やその長期応答を考察する。

2. 解析方法

取り扱う座標系と諸元を図1に示している。平面応力状態での等方弾性体の運動方程式は次式で与えられる。

$$G_i [\nabla^2 \mathbf{u}_i + \beta_i \text{grad}(\text{div} \mathbf{u}_i)] = \rho_i \partial^2 \mathbf{u}_i / \partial t^2 \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{u}_i = (u_i, v_i)$ は変位ベクトル、 ∇^2 はラプラシアン、 $\beta_i = (1 + \nu_i) / (1 - \nu_i)$ 、 G_i はせん断弾性係数、 ν_i はポアソン比、 ρ_i は密度、 t は時間である。添字 $i = 1, 2, 3$ は各々上・中間・下層を表す。

本問題の単純支持条件および上下辺の境界条件は、

$$(1) v = \sigma_x = 0 (x=0, l), (2) \sigma_{y1} = -f(t)q(x), \tau_{xy} = 0 (y_1 = -h_1/2), (3) \sigma_{y3} = \tau_{xy} = 0 (y_3 = -h_3/2) \quad (2)$$

また、各層間では変位 u, v と応力 σ, τ_{xy} の連続条件を規定する。

式(1)の解は、慣性項を無視した荷重 $q(x)$ による静問題の解 $\mathbf{u}_i^s = (u_i^s, v_i^s)$ と、慣性項を考慮した擾乱解 $\mathbf{u}_i^d = (u_i^d, v_i^d)$ の和として次式で与える [1-3]。

$$\mathbf{u}_i(x_i, t) = -f(t) \mathbf{u}_i^s(x_i) + \mathbf{u}_i^d(x_i, t), \quad \mathbf{u}_i^d = (x_i, t) = \sum_m \sum_n Q_{mn}(t) \mathbf{u}_{mn}(x_i) \quad (3ab)$$

ここに $x_i = (x, y_i)$ 、 $Q_{mn}(t)$ は未定の時間関数、 $\mathbf{u}_{mn}(x_i)$ は自由振動問題での固有関数である。

式(3)を式(1)に代入し固有関数の直交性を利用すると $Q_{mn}(t)$ に関する2階の微分方程式(4)を得る。

$$\partial^2 Q_{mn} / \partial t^2 + p_{mn}^2 Q_{mn} = -Z_{mn} \partial^2 f / \partial t^2 \quad (4)$$

ただし、 p_{mn} は固有円振動数、 Z_{mn} は次式で与えられる。

$$Z_{mn} = \left\{ \sum_{i=1}^3 \int_{V_i} \rho_i \mathbf{u}_i^s \mathbf{u}_{mn} dv_i \right\} / \left\{ \sum_{i=1}^3 \int_{V_i} \rho_i \mathbf{u}_{mn}^2 dv_i \right\} \quad (5)$$

式(4)の解式は、周知のたたみこみ積分で与えられ、初期条件および荷重の時間関数 $f(t)$ を与えることにより解が確定する。なお、本解析では衝撃を受ける前には梁は静止しているものとした。

3. 数値計算結果

作用荷重は、空間には上辺中央に荷重幅 $2d$ の部分等分布荷重とし、時間に関してはステップ関数 $f(t) = H(t)$ とした。用いた級数の項数は収束状況を考慮して $m=100, n=1000$ とし、併せて Lanczos [4] の local smoo-

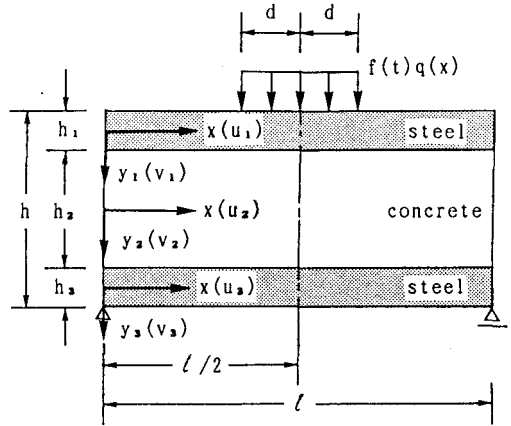


図1 座標系

thing 法を用いて、フーリエ級数の収束性の改善をはかった。次に、用いた諸元は梁高スパン比 $h/l=0.3$ 、各層厚比は $h_1/h=0.1$ 、 $h_2/h=0.8$ 、 $h_3/h=0.1$ 。材料定数は $\rho_1=\rho_3=7.85(\text{tf/m}^3)$ 、 $\rho_2=2.3(\text{tf/m}^3)$ 、 $E_1=E_3=2.1 \times 10^6(\text{kgf/cm}^2)$ 、 $E_2=2.4 \times 10^5(\text{kgf/cm}^2)$ 、 $\nu_1=\nu_3=0.3$ 、 $\nu_2=0.167$ である。

図2 は荷重幅 $2d=0.1l$ の場合のスパン中央断面上の3点 $y_1/h_1=0.5$ 、 $y_2/h_2=0.0$ 、 $y_3/h_2=0.5$ での σ_y の初期応答曲線を示している。横軸は無次元時間 $\tau (=c_{12}t/h)$ を表しており、図において応力が不連続的に変動している箇所は応力波が着目点に到達していることを意味する。図3 は同じく中央断面上の上層と中間層の接合面での σ_x (steel) の長期応答を示している。荷重幅 $2d$ が小さい場合、ごく初期の応答に引張り応力が発生しており荷重幅 $2d$ が増すにつれ減少、消失してゆくようである。図4 は荷重幅 $2d=0.1l$ の場合の τ_{xy} の初期応答である。

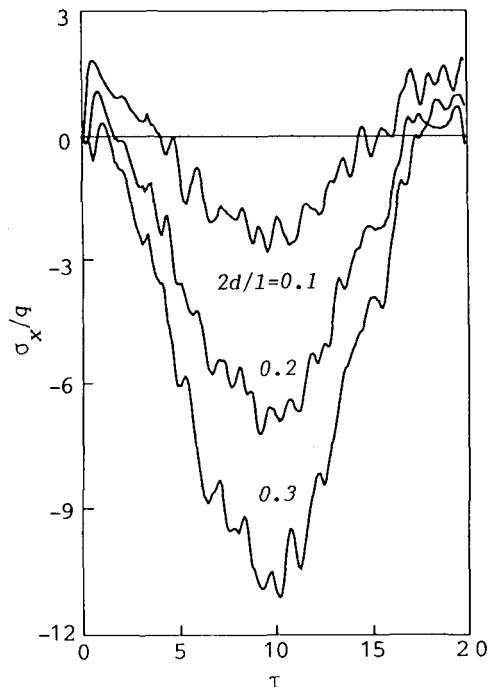


図3 中央断面上の上接合面(鋼)での σ_x の長期応答曲線

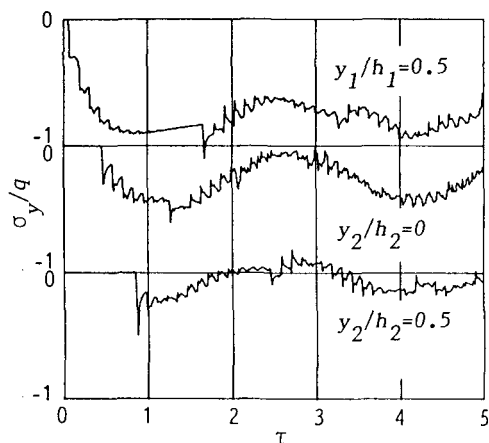


図2 中央断面上の σ_y の初期応答曲線

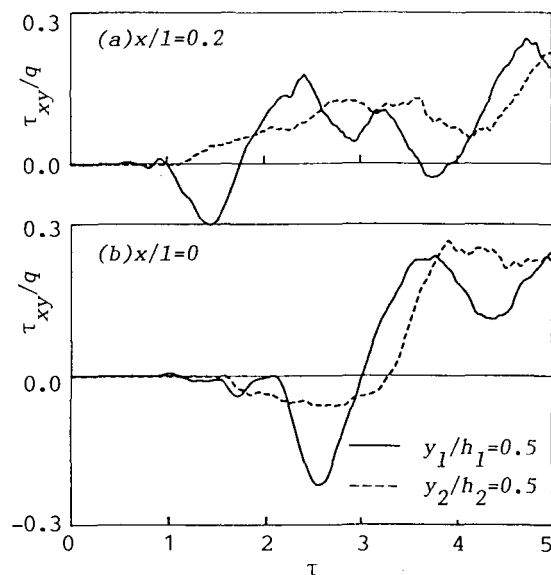


図4 接合面の τ_{xy} の初期応答曲線

4. 参考文献 [1]小林・奥田・園田：衝撃荷重を受ける単純支持はりの応力波伝播解析，構造工学論文集，Vol. 38A, 1992. [2]小林・園田・山本・中岡：衝撃荷重を受ける厚円盤の応力波伝播解析，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，14巻，1990. [3]小林・園田・鹿島：単純支持された鋼・コンクリート合成梁の弾性衝撃応答解析，構造工学論文集，Vol. 38A, 1992. [4]Lanczos, C.: Discourse on Fourier Series, Oliver & Boyd, Edinburgh and London, 1966.