

圧縮力の変化する補剛板の終局強度

関西大学工学部

正会員 米澤 博

関西大学工学部

正会員 堂垣正博

(株)日本構造橋梁研究所 正会員○三代正信

1. まえがき 鋼箱形柱や鋼箱桁橋を構成する補剛板の圧縮強度に関する研究はかなり古くから行われ、詳細な検討がなされている。ところで、連続箱桁橋の中間支点近傍の圧縮フランジのように縦方向に圧縮力が変化する場合、弾性の座屈解析¹⁾や有限変位解析²⁾はなされているが、その複合非線形挙動に関する研究はほとんどみられない。ここでは、不等圧縮を受ける補剛板を両端で大きさの異なる圧縮力とそれにつり合うせん断力を受ける直交異方性板にモデル化し、幾何学的・材料的非線形挙動を差分法で明らかにする。

2. 基礎式 図-1に示す長さa, 幅b, 厚さtの主板, 高さc_s, 厚さt_sの縦補剛材n, 本からなる補剛板が初期たわみと残留応力を有する場合, その複合非線形解析をつぎの仮定のもとに行う。①Kirchhoff-Loveの仮定。②主板および補剛材は完全弾塑性体でひずみ硬化は生じない。③降伏の判定は主板部ではvon Mises の等価応力で, 補剛材部では縦方向の垂直応力で行う。

④補剛材間板パネルおよび補剛材は局部座屈を生じない。

(1) つり合い式: 弾塑性状態の直交異方性板のx, yおよびz方向の力のつり合い式をLinおよびMassonnetの弾塑性理論に従って誘導すれば

$$(N_x^e, x + N_{xy}^e, y) - (N_x^p, x + N_{xy}^p, y) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$(N_{xy}^e, x + N_y^e, y) - (N_{xy}^p, x + N_y^p, y) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$M_x^e, xx + 2M_{xy}^e, xy + M_y^e, yy + N_x^e \bar{w}, xx + 2N_{xy}^e \bar{w}, xy + N_y^e \bar{w}, yy - (M_x^p, xx + 2M_{xy}^p, xy + M_y^p, yy + N_x^p \bar{w}, xx + 2N_{xy}^p \bar{w}, xy + N_y^p \bar{w}, yy) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

を得る。ここに、 $\bar{w}$ は全たわみで、初期たわみ w_0 と荷重によるたわみ w の和である。 N_x , N_y はxおよびy方向の膜力、 N_{xy} は膜せん断力である。 M_x , M_y はyおよびx軸まわりの曲げモーメント、 M_{xy} はねじりモーメントである。上添字eとpは、弾塑性状態の直交異方性板を全断面弾性と仮定して得られる断面力と、弾性断面力を修正して実断面力を得るための仮想断面力を表す。仮想断面力は、主板部では弾性断面力から求められるvon Mises の等価応力が降伏点応力を超える場合、補剛材部ではx方向の垂直応力 σ_x^e が降伏点応力を超える場合、弾性応力の超過量を板厚方向に数値積分して求められる。ただし、 N_x^p と M_x^p に対しては補剛材間隔 b_y の板パネルと補剛材1本からなるT断面部分で数値積分する。その際、図-2に示す残留応力を加えて降伏を判定する。なお、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

(2) 境界条件: 大きさの異なる圧縮力が補剛板の端辺に作用する場合を解析するため、次のような境界条件を考える。x=0辺では圧縮強制変位 u_0 が与えられ、x=a辺ではx方向の変位が拘束されているものとする。また、側辺ではy方向に変形が拘束されないものとする。上述の条件では純圧縮の状態と同一のため、左右辺で大きさの異なる圧縮力につり合う側辺でのせん断応力を考える。この場合、次の仮定を設ける。すなわち、①側辺のx方向弾性膜力 N_x^e はx方向に直線的に変化する。②側辺でのy方向弾性膜力 N_y^e が近似的にゼロであり、 N_y^e をxで偏微分したものもゼロである。③端辺でのせん断ひずみはy方向に直線的に変化する。

仮定①と②はそれぞれ次のように表される。

$$N_x^e, x = C_1 \quad (C_1 \text{ は定数}) \quad \dots\dots\dots (4) \quad N_y^e, x = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(5)の関係を用い、式(4)を変位表示すれば、次のような側辺でのせん断抵抗に関する条件を得る。

$$u, xx - \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

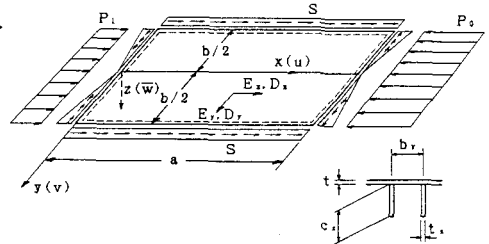


図-1

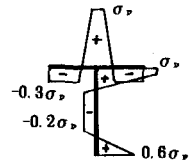


図-2

次に、仮定③より

$$v_{,xy} = C_2 \quad (C_2 \text{ は定数}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

が得られる。前述のように、補剛板の隅角部では式(5)と(6)が成り立つので、式(6)を式(5)に代入すれば

$$v_{,xy} + E_1/E_y \phi = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

の関係式を得る。ここに、 E_y と E_1 は直交異方性板の伸びに関する剛度である。式(7)は隅角部でも成り立つので、式(8)が端辺でのせん断力に対応する境界条件式となる。本解析では、 ϕ を未知変数として扱い、以下に示すように両端辺での圧縮力 P_0 、 P_1 と側辺でのせん断力 S のつり合い式をさらに考える。

$$(1-\beta)P_0 + 2S = 0, \quad \beta = P_1/P_0, \quad P_0 = \int_{-b/2}^{b/2} (N_x)_{x=a} dy, \quad P_1 = \int_{-b/2}^{b/2} (N_x)_{x=0} dy, \quad S = \int_0^a (N_{xy})_{y=b/2} dx \quad \dots\dots (9)$$

ここに、 β は両端に作用する圧縮力の比(以下、圧縮比)である。

面外変形に対して、補剛板の周辺は単純支持されているものと仮定する。

(3) 数値計算法：差分法を用い、修正Newton-Raphson法で非線形解を求めた。なお、諸式を無次元化し、解析結果が広範な補剛板に適用できるようにした。

4. 数値計算結果 数値解の精度を調べた結果、補剛板を x および y 方向にそれぞれ20分割、主板部および補剛材部を z 方向にそれぞれ10分割すれば、精度のよい解の得られることが分かった。主板および補剛材はいずれもSS400材からなり、降伏点応力 $\sigma_p = 2400 \text{ kgf/cm}^2$ (235 MN/m^2)、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ (206 GN/m^2)、主板のポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。図-2に示す残留応力分布を仮定し、初期たわみは x および y 方向に半波の正弦波を仮定し、その最大値を道路橋示方書の制限値 $a/1000$ とした。

圧縮比が補剛板の変形挙動に及ぼす影響を調べるため、補剛板中央でのたわみと圧縮力の関係を図示すれば、図-3を得る。ここで σ_{0m} は荷重辺 ($x=a$) での平均圧縮応力である。なお、最高荷重時の $x=a$ 辺での平均圧縮応力 σ_{0m} を σ_{0ult} で表し、これを終局強度と定義する。

純圧縮 ($\beta=1$) の場合、初期降伏は板曲げの影響で板中央点で生じ、これと同時に補剛板の剛性が顕著に低下するため、荷重-たわみ曲線には急激な変化が起こっている。一方、 $\beta=0.75$ や 0.5 の場合には、初期降伏が圧縮とせん断の相互作用により板の隅角点 ($x=a, y=\pm b/2$) に現れ、荷重の増加とともに補剛板の剛性は徐々に低下する。その後、塑性域が補剛板の中央付近に達し、たわみが急増して板は崩壊に至る。 β が小さいほど高い強度を示すが、 β が小さくなると、端辺 $x=a$ での平均圧縮応力が全強の状態になるため、 β が小さいほど強度の増加の割合は減少するようになる。

圧縮比 $\beta=1$ と 0.5 の場合、 $D_x/D_y = 20, 100, 500$ に対し縦横比と終局強度の関係を図示すると、図-4を得る。図から分かるように、曲げ剛比が小さい場合には、終局強度は縦横比によってかなり異なり、強度が最小となる縦横比が明確になる。曲げ剛比が大きいほど終局強度は縦横比によってもあまり変化しなくなる。その他の結果については講演会当日述べる。

参考文献 1) Mikami, I.: Proc. of ASCE, Vol. 109, No. ST1, pp. 257-261, Jan., 1983. 2) 米澤・三上・堂垣・水野：昭和54年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, 1-10, 1979-10.

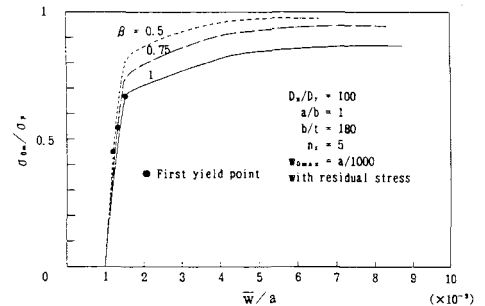


図-3

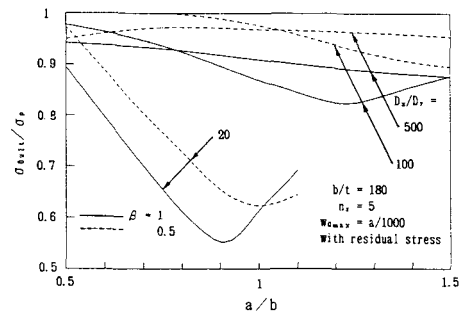


図-4