

回復クリープと鉄筋のひずみ拘束を考慮したPC部材のクリープ解析

大阪工業大学 研究生 正会員 新平 信幸
 中央復建コンサルタンツ(株) 正会員 安田 穰
 大阪工業大学 正会員 栗田 章光

1. まえがき

コンクリートのクリープひずみが、持続応力の载荷中は非回復性のフローひずみと回復性の遅れ弾性ひずみの2つの成分から成り立っており、除荷に伴う回復クリープひずみもあることは周知のとおりである。¹⁾ コンクリート部材を含む構造物のクリープ解析は、これらのクリープひずみの他、鉄筋等の鋼材によるひずみ拘束の影響を考慮して行う必要がある。しかし、現行の道路橋示方書²⁾では、PC部材の緊張力損失量の計算式に、回復クリープや鉄筋拘束の影響が考慮されていないのが実状である。ことに鉄筋比の大きいPC構造においては、それらの影響は無視できなくなるものと考えられる。

このような背景のもとで本研究では、プレストレス力のみが作用するPC断面を対象に、鉄筋拘束の影響について検討するとともに回復クリープの影響についても考察を行ったので、その結果を本文で報告する。

2. 回復クリープを考慮したコンクリートの応力～ひずみ関係³⁾

時刻 t_1 で载荷し、時刻 t_2 で除荷した場合の任意時刻 $t(\geq t_2)$ におけるクリープ係数 φ_{t-t_1} は次式で表される。

$$\varphi_{t-t_1} = \varphi_d(t_2-t_1) + \varphi_r(t_2) - \varphi_r(t_1) - \frac{\varphi_d(t_2-t_1)}{\varphi_{d\infty}} \cdot \varphi_d(t-t_2) \quad (1)$$

ここに、 φ_d : 遅れ弾性クリープ係数 ($t=\infty$ 時は $\varphi_{d\infty}$ と表示)

φ_r : フロークリープ係数 ($t=\infty$ 時は $\varphi_{r\infty}$ と表示)

上式の右辺第4項は、回復クリープ係数を示し、その進行は遅れ弾性ひずみの基本曲線に相似であると仮定している。

ここで、図-1に示すように時刻 t_1 で応力 σ_{t_1} (圧縮応力を正) が作用し、その直後から時間の経過とともに連続的に減少する応力 $\Delta\sigma_{t-t_1}$ (圧縮応力を正) が作用する時、任意時刻 t における作用応力 σ_{t-t_1} は、

$$\sigma_{t-t_1} = \sigma_{t_1} + \Delta\sigma_{t-t_1} \quad (2)$$

で表され、時刻 t_1 から t に至るまでのひずみの変化量 $\Delta\varepsilon_{t-t_1}$ は次式で表される。

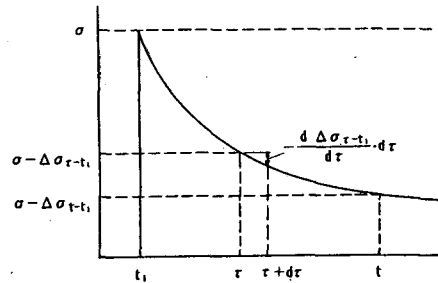


図-1 漸減するコンクリート応力

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{t-t_1} &= \frac{\sigma_{t-t_1}}{E_c} \left\{ \varphi_d(t-t_1) + \varphi_r(t) - \varphi_r(t_1) \right\} + \frac{\Delta\sigma_{t-t_1}}{E_c} - \frac{1}{E_c} \int_{t_1}^t \frac{d\Delta\sigma_{t-t_1}}{d\tau} d\tau \\ &\quad \cdot \left\{ \varphi_d(\tau-t_1) - \frac{\varphi_d(\tau-t_1)}{\varphi_{d\infty}} \varphi_d(t-\tau) \right\} d\tau - \frac{1}{E_c} \int_{t_1}^t \frac{d\Delta\sigma_{t-t_1}}{d\tau} \left\{ \varphi_r(\tau) - \varphi_r(t_1) \right\} d\tau \\ &= \frac{\sigma_{t_1}}{E_c} \left\{ \varphi_d(t-t_1) + \varphi_r(t) - \varphi_r(t_1) \right\} + \frac{\Delta\sigma_{t-t_1}}{E_c} + \frac{1}{E_c} \int_{t_1}^t \Delta\sigma_{t-t_1} \frac{d\varphi_d(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau \\ &\quad + \frac{1}{E_c} \int_{t_1}^t \Delta\sigma_{t-t_1} \frac{d\varphi_r(\tau)}{d\tau} d\tau - \frac{1}{E_c \varphi_{d\infty}} \int_{t_1}^t \Delta\sigma_{t-t_1} \frac{d\{\varphi_d(\tau-t_1)\varphi_d(t-\tau)\}}{d\tau} d\tau \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、 E_c : コンクリートのヤング係数

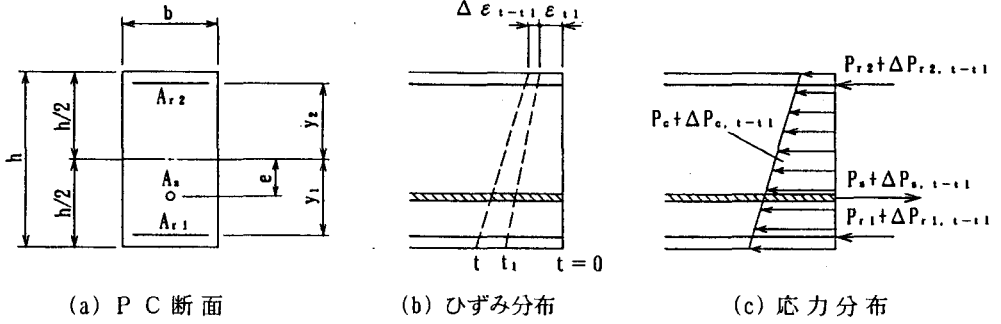


図-2 P C断面のひずみ分布と応力分布

3. P C部材のクリープ解析

P C部材に持続応力が作用すると、コンクリート部には時間の経過とともにクリープひずみが生じ、P C鋼材のプレストレス力は徐々に減少する。

今、図-2(a)に示すようなP C鋼材及び上側・下側鉄筋をそれぞれ1段ずつ配置したP C長方形断面に、プレストレス力のみを作用させる。プレストレス力 $P_{s, t1}$ を作用させた時、導入直後の時刻 t_1 および任意の時刻 $t (\geq t_1)$ におけるひずみ分布と応力分布は、それぞれ図-2(b), (c)のように表される。ただし、断面力の符号は、図-2(b)に示す矢印の向きをそれぞれ正とする。

図中の記号は次のとおりである。

$\varepsilon_{t, t1}$ 、 $\Delta \varepsilon_{t, t1}$: それぞれ時刻 t_1 における当初ひずみ量と、時刻 t までの変化ひずみ量

$P_{c, t1}$ 、 $\Delta P_{c, t-t1}$: それぞれ時刻 t_1 におけるコンクリート断面の当初軸力と、時刻 t までの変化軸力

$P_{s, t1}$ 、 $\Delta P_{s, t-t1}$: それぞれ時刻 t_1 におけるP C鋼材の当初緊張力と、時刻 t までの緊張力損失量

$P_{r1, t1}$ 、 $\Delta P_{r1, t-t1}$: それぞれ時刻 t_1 における下側鉄筋の当初軸力と、時刻 t までの変化軸力

$P_{r2, t1}$ 、 $\Delta P_{r2, t-t1}$: それぞれ時刻 t_1 における上側鉄筋の当初軸力と、時刻 t までの変化軸力

A_s 、 A_{r1} 、 A_{r2} : それぞれP C鋼材の断面積、下側鉄筋の断面積、および上側鉄筋の断面積

e 、 y_1 、 y_2 : それぞれコンクリート断面の図心軸からP C鋼材、下側・上側鉄筋までの距離

(ただし、図心軸から下方を正とする)

次に、各鋼材位置でのコンクリートのひずみ変化量を式(3)より求め、ひずみの適合条件より、各鋼材のひずみ変化量と等しいと置く。

P C鋼材位置でのひずみの適合条件式は、

$$\begin{aligned}
 -\Delta P_{s, t-t1}/D_s = & (\alpha_{ss} \cdot P_s - \alpha_{s1} \cdot P_{r1} - \alpha_{s2} \cdot P_{r2}) \cdot \{\varphi_d(t-t_1) + \varphi_r(t) - \varphi_r(t_1)\} \\
 & + \alpha_{ss} \cdot \Delta P_{s, t-t1} - \alpha_{s1} \cdot \Delta P_{r1, t-t1} - \alpha_{s2} \cdot \Delta P_{r2, t-t1} \\
 & + \int_{t_1}^t (\alpha_{ss} \cdot \Delta P_{s, \tau-t1} - \alpha_{s1} \cdot \Delta P_{r1, \tau-t1} - \alpha_{s2} \cdot \Delta P_{r2, \tau-t1}) \frac{d\varphi_d(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau \\
 & + \int_{t_1}^t (\alpha_{ss} \cdot \Delta P_{s, \tau-t1} - \alpha_{s1} \cdot \Delta P_{r1, \tau-t1} - \alpha_{s2} \cdot \Delta P_{r2, \tau-t1}) \frac{d\varphi_r(\tau)}{d\tau} d\tau - \frac{1}{\varphi_{d\infty}} \\
 & \cdot \int_{t_1}^t (\alpha_{ss} \cdot \Delta P_{s, \tau-t1} - \alpha_{s1} \cdot \Delta P_{r1, \tau-t1} - \alpha_{s2} \cdot \Delta P_{r2, \tau-t1}) \frac{d\{\varphi_d(\tau-t_1)\varphi_d(t-\tau)\}}{d\tau} d\tau
 \end{aligned} \tag{4}$$

下側鉄筋位置でのひずみの適合条件式は、

$$\begin{aligned}
 \Delta P_{r1, t-t1}/D_1 = & (\alpha_{s1} \cdot P_s - \alpha_{11} \cdot P_{r1} - \alpha_{12} \cdot P_{r2}) \cdot \{\varphi_d(t-t_1) + \varphi_r(t) - \varphi_r(t_1)\} \\
 & + \alpha_{s1} \cdot \Delta P_{s, t-t1} - \alpha_{11} \cdot \Delta P_{r1, t-t1} - \alpha_{12} \cdot \Delta P_{r2, t-t1} \\
 & + \int_{t_1}^t (\alpha_{s1} \cdot \Delta P_{s, \tau-t1} - \alpha_{11} \cdot \Delta P_{r1, \tau-t1} - \alpha_{12} \cdot \Delta P_{r2, \tau-t1}) \frac{d\varphi_d(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{t_1}^t (\alpha_{e1} \cdot \Delta P_{s, \tau-t_1} - \alpha_{11} \cdot \Delta P_{r1, \tau-t_1} - \alpha_{12} \cdot \Delta P_{r2, \tau-t_1}) \frac{d\varphi_r(\tau)}{d\tau} d\tau - \frac{1}{\varphi_{d\infty}} \\
& \cdot \int_{t_1}^t (\alpha_{e1} \cdot \Delta P_{s, \tau-t_1} - \alpha_{11} \cdot \Delta P_{r1, \tau-t_1} - \alpha_{12} \cdot \Delta P_{r2, \tau-t_1}) \frac{d\{\varphi_d(\tau-t_1)\varphi_d(t-\tau)\}}{d\tau} d\tau
\end{aligned} \quad (5)$$

上側鉄筋位置でのひずみの適合条件式は、

$$\begin{aligned}
\Delta P_{r2, t-t_1}/D_2 = & (\alpha_{e2} \cdot P_s - \alpha_{12} \cdot P_{r1} - \alpha_{22} \cdot P_{r2}) \cdot \{\varphi_d(t-t_1) + \varphi_r(t) - \varphi_r(t_1)\} \\
& + \alpha_{e2} \cdot \Delta P_{s, t-t_1} - \alpha_{12} \cdot \Delta P_{r1, t-t_1} - \alpha_{22} \cdot \Delta P_{r2, t-t_1} \\
& + \int_{t_1}^t (\alpha_{e2} \cdot \Delta P_{s, \tau-t_1} - \alpha_{12} \cdot \Delta P_{r1, \tau-t_1} - \alpha_{22} \cdot \Delta P_{r2, \tau-t_1}) \frac{d\varphi_d(\tau-t_1)}{d\tau} d\tau \\
& + \int_{t_1}^t (\alpha_{e2} \cdot \Delta P_{s, \tau-t_1} - \alpha_{12} \cdot \Delta P_{r1, \tau-t_1} - \alpha_{22} \cdot \Delta P_{r2, \tau-t_1}) \frac{d\varphi_r(\tau)}{d\tau} d\tau - \frac{1}{\varphi_{d\infty}} \\
& \cdot \int_{t_1}^t (\alpha_{e2} \cdot \Delta P_{s, \tau-t_1} - \alpha_{12} \cdot \Delta P_{r1, \tau-t_1} - \alpha_{22} \cdot \Delta P_{r2, \tau-t_1}) \frac{d\{\varphi_d(t-t_1)\varphi_d(t-\tau)\}}{d\tau} d\tau
\end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 E_s, E_r : それぞれPC鋼材のヤング係数、鉄筋のヤング係数

I_c : コンクリート断面の図心軸に関する断面2次モーメント

$$D_c = E_c A_c, D_s = E_s A_s, D_1 = E_r A_{r1}, D_2 = E_r A_{r2}, K_c = E_c I_c$$

$$\left. \begin{aligned}
\alpha_{ee} &= \frac{1}{D_c} + \frac{e^2}{K_c}, \quad \alpha_{e1} = \frac{1}{D_c} + \frac{ey_1}{K_c}, \quad \alpha_{e2} = \frac{1}{D_c} + \frac{ey_2}{K_c} \\
\alpha_{11} &= \frac{1}{D_c} + \frac{y_1^2}{K_c}, \quad \alpha_{12} = \frac{1}{D_c} + \frac{y_1 y_2}{K_c}, \quad \alpha_{22} = \frac{1}{D_c} + \frac{y_2^2}{K_c}
\end{aligned} \right\} \quad (7)_{1-11}$$

式(4)、(5)、(6)はそれぞれそのままでは解 ($\Delta P_{s, t-t_1}$ 、 $\Delta P_{r1, t-t_1}$ および $\Delta P_{r2, t-t_1}$)が得られないので、クリープ係数の進行と鋼材軸力の変化量が次のような関数で表されるものと仮定する。

$$\left. \begin{aligned}
\varphi_d(t) &= \varphi_{d\infty}(1-e^{-k_1 \cdot t}), \quad \varphi_r(t) = \varphi_{r\infty}(1-e^{-k_2 \cdot t}) \\
\varphi(t-t_1) &= \varphi_d(t-t_1) + \varphi_r(t) - \varphi_r(t_1) = \varphi_{d\infty}\{1-e^{-k_1 \cdot (t-t_1)}\} + \varphi_{r\infty}\{e^{-k_2 \cdot t_1} - e^{-k_2 \cdot t}\}
\end{aligned} \right\} \quad (8)_{1-3}$$

$$\left. \begin{aligned}
\Delta P_{s, \tau-t_1} &= \Delta P_{s, t-t_1} \frac{\varphi(\tau-t_1)}{\varphi(t-t_1)} \\
\Delta P_{r1, \tau-t_1} &= \Delta P_{r1, t-t_1} \frac{\varphi(\tau-t_1)}{\varphi(t-t_1)} \\
\Delta P_{r2, \tau-t_1} &= \Delta P_{r2, t-t_1} \frac{\varphi(\tau-t_1)}{\varphi(t-t_1)}
\end{aligned} \right\} \quad (9)_{1-3}$$

これらを式(4)、(5)、(6)に代入して積分すると、連立方程式として式(10)のように整理でき、これを解くと、コンクリートの回復クリープと鉄筋拘束を考慮したPC鋼材および鉄筋の軸力の変化量が式(11)~(13)のように求まる。

$$\begin{bmatrix} a_{ee} & -a_{e1} & -a_{e2} \\ a_{e1} & -a_{11} & -a_{12} \\ a_{e2} & -a_{12} & -a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta P_{s, t-t_1} \\ \Delta P_{r1, t-t_1} \\ \Delta P_{r2, t-t_1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -c_e \\ -c_1 \\ -c_2 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$\Delta P_{s, t-t_1} = \delta_s / \delta_o \quad (11)$$

$$\Delta P_{r1, t-t_1} = \delta_{r1} / \delta_o \quad (12)$$

$$\Delta P_{r2, t-t_1} = \delta_{r2} / \delta_o \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned}
\text{ここに、} a_{ee} &= \alpha_{ee} \{1 + (\alpha_{ee} D_s)^{-1} + \beta\}, \quad a_{11} = \alpha_{11} \{1 + (\alpha_{11} D_1)^{-1} + \beta\}, \\
a_{22} &= \alpha_{22} \{1 + (\alpha_{22} D_2)^{-1} + \beta\}, \\
a_{e1} &= \alpha_{e1} (1 + \beta), \quad a_{e2} = \alpha_{e2} (1 + \beta), \quad a_{12} = \alpha_{12} (1 + \beta)
\end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} c_0 &= (\alpha_{00}P_s - \alpha_{01}P_{r1} - \alpha_{02}P_{r2}) \cdot \varphi(t-t_1), \quad c_0 = (\alpha_{01}P_s - \alpha_{11}P_{r1} - \alpha_{12}P_{r2}) \cdot \varphi(t-t_1), \\ c_2 &= (\alpha_{02}P_s - \alpha_{12}P_{r1} - \alpha_{22}P_{r2}) \cdot \varphi(t-t_1) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \varphi(t-t_1) + \frac{\varphi_{d\infty}}{\varphi(t-t_1)} \left[\frac{1}{2} \varphi_{d\infty} \{1 - e^{-2k_1 \cdot (t-t_1)} - 2k_1(t-t_1)e^{-k_1 \cdot (t-t_1)}\} \right. \\ \left. + \varphi_{r\infty} \left\{ \frac{k_1}{k_1 - k_2} (e^{-k_1 \cdot (t-t_1)} - e^{-k_2 \cdot (t-t_1)}) + \frac{k_1}{k_1 + k_2} (e^{-k_2 \cdot (t-t_1)} - e^{-k_1 \cdot (t-t_1)}) \right\} \right] \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_0 &= a_{00}a_{11}a_{22} + 2a_{01}a_{02}a_{12} - a_{00}a_{12}^2 - a_{11}a_{02}^2 - a_{22}a_{01}^2 \\ \delta_s &= c_0(a_{12}^2 - a_{11}a_{22}) - c_1(a_{00}a_{12} - a_{22}a_{01}) - c_2(a_{01}a_{12} - a_{11}a_{02}) \\ \delta_{r1} &= c_0(a_{02}a_{12} - a_{22}a_{01}) - c_1(a_{02}^2 - a_{00}a_{22}) - c_2(a_{00}a_{12} - a_{01}a_{02}) \\ \delta_{r2} &= c_0(a_{01}a_{12} - a_{11}a_{02}) - c_1(a_{00}a_{12} - a_{01}a_{02}) - c_2(a_{01}^2 - a_{00}a_{11}) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

回復クリープを無視した場合の解は、式(16)の右辺第2項を0とし、また、鉄筋拘束を無視した場合の解は、式(10)のPC鋼材に関する一行目だけをとり出し、かつ式(15)で鉄筋に関する項を0とすればよい。両者とも無視した解は、現行の道路橋示方書に示されているPC鋼材応力度損失量の算出式と一致する。

4. 数値計算結果とその考察

以上に示した解式を用いて回復クリープと鉄筋拘束の影響をみるため、一例として次の計算条件で求めたPC鋼材の緊張力損失量を図-3に示す。

$b=40\text{cm}$, $h=75\text{cm}$, $e=12.5\text{cm}$

$y_1=32.5\text{cm}$, $y_2=-32.5\text{cm}$

$A_s=13.9\text{cm}^2$ (5-15.2 $\phi \times 2$ 本), $P_s=180\text{tf}$

$A_{r1}=39.7\text{cm}^2$ (D32 $\times 5$ 本, 鉄筋比1.32%)

$A_{r2}=3.8\text{cm}^2$ (D13 $\times 3$ 本, 鉄筋比1.27%)

$\varphi_{d\infty}=0.4$, $\varphi_{r\infty}=1.6$

$k_1=0.0514$, $k_2=0.0197$, $t_1=21$ 日, 84日

図-3から明らかとなったことを次に示す。

- 1) 上記鉄筋によるひずみ拘束を考慮した場合、緊張力損失量は極端に低下する。
- 2) 回復クリープによる影響は、鉄筋拘束の有無にかかわらず極めて小さい。
- 3) プレストレスの導入時刻が遅い程緊張力損失量は低下するが、鉄筋拘束および回復クリープによる影響の傾向は変わらない。

5. あとがき

本研究では、PC断面を対象に、鉄筋によるひずみ拘束とコンクリート応力の減少に伴う回復クリープを考慮した厳密なクリープ解式と計算結果の一例を示した。鉄筋拘束を考慮した場合、PC鋼材の緊張力損失量は低下するが、同時に鉄筋には圧縮応力が生じ、コンクリート断面に作用するプレストレスは減少するものと考えられる。今後、鉄筋比との関係も含めて、PC鋼材緊張力の他、鉄筋応力、コンクリート応力について計算結果をまとめ、別途報告したい。また、本研究はクリープ解析に限定したが、乾燥収縮の解析についても今後の課題として考えている。

参考文献 1) Neville, A.M. Dilger, W.H. and Brooks, J.J.: Creep of Plain & Structural Concrete, Construction Press, 1983. 2) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 I 共通編、丸善、平成2年2月。3) 渡辺誠一・六車 熙: コンクリートのクリープひずみに関する一考察、日本建築学会構造系論文報告集、第402号、1989年8月。

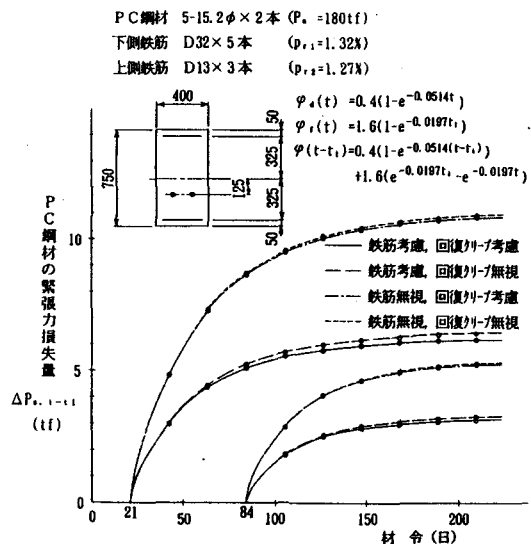


図-3 PC鋼材の緊張力損失量の経時変化