

交通混雑を考慮した観測リンク交通量による起終点交通量の推計問題について

京都大学大学院 O 学生員 楊 海

京都大学工学部 正 員 佐佐木綱

1. はじめに

従来の観測リンク交通量からの OD 交通量推計モデルは利用者の経路選択率を交通需要と独立に考えており、それを外生的に与えるという方法をとっている。しかし交通混雑が利用者経路選択に与える影響が大きい場合、この様な方法には経路選択率の整合性に問題が残されている。すなわち、固定的に与えた経路選択率を用いて観測リンク交通量から OD 交通量を推計するのに対し、OD 交通量は常に利用者均衡配分によってネットワークに割り当てられている。このため利用者均衡配分で得られる経路選択率は OD 交通量推計に先決した経路選択率と異なろう。

この問題点を克服する方法として、本研究では交通混雑を考慮した観測リンク交通量からの OD 交通量推計モデルを提案する。具体的には従来の経路選択率を先決値とした一般化残差平方和最小化モデルを利用者均衡問題を制約条件とする推計モデルに発展・拡張する。その結果としては推計モデルは 2 レベル計画問題として定式化される。上位問題は OD 交通量と観測リンク交通量の二乗残差平方和を最小にし、下位問題は通常の利用者均衡問題である。

2. モデルの定式化

本研究では従来の一般化残差平方和最小化モデルと利用者均衡モデルを統合することにより、以下で示す OD 交通量を推計するための 2 レベル最適化モデルを提案する。

$$\min_t (\bar{t} - t)^T U^{-1} (\bar{t} - t) + (\bar{v} - v)^T W^{-1} (\bar{v} - v) \quad (1)$$

$$\text{subject to } t \geq 0 \quad (2)$$

where v solves

$$\min_v \sum_{a \in \bar{A}} \int_0^{y_a} c_a(x) dx \quad (3)$$

subject to

$$\sum_{r \in R_w} f_r = t_w \quad w \in W \quad (4)$$

$$f_r \geq 0 \quad r \in R \quad (5)$$

Hai YANG and Tsuna SASAKI

ここで、 $\bar{t} = [\dots, \bar{t}_w, \dots]^T$: ターゲット OD 交通量ベクトル、 $\bar{t}_w$: OD ペア $w \in W$ 間の交通量、 W : OD ペア集合、 $\bar{v} = [\dots, \bar{v}_a, \dots]^T$: 観測リンク交通量ベクトル、 $\bar{v}_a$: リンク $a \in \bar{A}$ 上の観測交通量、 $\bar{A}$: 観測リンク集合、 A : ネットワークのリンク集合、 t, v : それぞれ推計すべき OD 交通量ベクトルとそれに基づく配分リンク交通量ベクトル、 U, W : 加重マトリックス、 R : ネットワークの経路集合、 R_w : OD ペア $w \in W$ 間の経路集合、 f_r : 経路 $r \in R$ の交通量、 $c_a(v_a)$: リンクコスト関数、

$$v_a = \sum_{r \in R} f_r \delta_{ar} \quad a \in A$$

$$\delta_{ar} = \begin{cases} 1 & \text{経路 } r \text{ がリンク } a \text{ を通るとき} \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

3. モデルの特徴

以上で定式化した問題(1)~(5)は上位決定変数 t をもつ leader と下位決定変数 v をもつ follower からなる 2 レベル Stackelberg 問題であり、次の特徴をもつことがわかる。

(1) 上位問題の目的関数はその決定変数 t に関して狭義な凸関数である。また与えられた上位決定変数 t に対して、下位問題の目的関数はその決定変数 v に関して狭義な凸関数である。さらに上・下位問題の制約条件も凸であるから、提案した問題は凸 2 レベル計画問題であることがわかる。(2) この凸 2 レベル計画問題は実行可能解をもっている。特に観測リンク交通量データがフロー保存条件あるいは利用者均衡条件を満足しなくても、解の存在性は保証できる。(3) ネットワークリンクの一部分で交通量が観測されていればモデルは推計可能である。また経路選択率は内生的に決定され、求める OD 交通量とリンク交通量は利用者均衡条件を満たす。

4. 数値解法

Stackelberg 問題を交通計画の分野に用いられた例はすでに多くみられている。その中に特に利用者均衡制約下での最適ネットワーク形成問題として知られている。しかし Stachelberg 問題の大域的最適解を求めるための有効なアルゴリズムが存在しないため、本研究ではヒューリスティックな数値解法を

用いる。基本的な考え方は上位問題と下位問題を繰り返して解くことにより、元の問題の解を得ようとする方法であり、以下のように書くことができる。

- Step 0. Initialize $P^{(0)} = [p_{aw}^{(0)}]$; $k := 0$.
 Step 1. Find $t^{(k+1)}$ using $P^{(k)}$.
 Step 2. Determine $P^{(k+1)}$ using $t^{(k+1)}$.
 Step 3. Stopping criterion is met then stop;
 else $k := k+1$ and go to Step 1.

ここで、 $P = [p_{aw}]$ は配分比例行列であり、その要素 $p_{aw} (a \in \bar{A}, w \in \bar{W})$ はODペア w 間の交通量がリンク a を利用する割合を表す。

Step 0では初期値 $P^{(0)}$ はターゲットOD交通量 $\bar{t}$ をネットワークに配分することで得られる。Step 1では上位問題は通常の最小二乗法問題となり、OD交通量は次のように解析的に求めることができる。

$$t^{(k+1)} = (U^{-1} + P^{(k)} W^{-1} P^{(k)})^{-1} (U^{-1} \bar{t} + P^{(k)} W^{-1} \bar{v})$$

Step 2ではFrank-Wolfe 法という凸結合アルゴリズムを用いて各OD交通量をネットワークに配分し、OD交通量の経路利用率を求める。Step 3ではOD交通量 $t^{(k+1)}$ 、 $t^{(k)}$ の相対変化率を収束判断基準とする。

以上で述べたアルゴリズムの妥当性を調べるために、Fig. 1 で示すネットワークを用いて数値計算を行った。その結果はTable 1～2に示されている。

5. おわりに

本研究では交通混雑を考慮した観測リンク交通量からのOD交通量推計モデルを提案した。定式化した問題は利用者均衡問題を制約条件としてもつ凸2レベル計画問題であり、交通混雑が利用者の経路選択に与える影響を明示的に考えたところで従来の推計

モデルと異なる。さらに問題を解くためにヒューリスティックな解法を示し、簡単な計算例でアルゴリズムの大域的収束性が確かめられた。将来の課題としては、より効率的アルゴリズムの開発と実際規模のネットワークを用いた数値検証、また異なる上位問題の目的関数を用いる場合のモデルの相互比較分析などがあげられる。

〔参考文献〕 楊ら：交通混雑を考慮した観測リンク交通量からのOD交通量推計モデル、土木学会論文集（投稿中）。

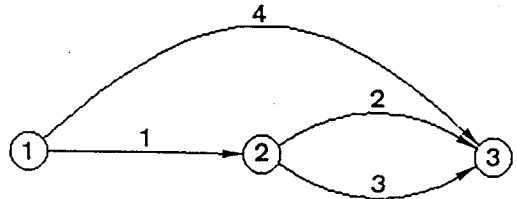


Fig. 1. Test network 1.

Table 1. Data for test network 1

Link cost function	Target O-D matrix	Observed link flows
$c_1 = 20 + v_1$	1→3	$\bar{v}_2 = 25$
$c_2 = 10 + 2v_2$	$\bar{t}_{13} = 30$	$\bar{v}_3 = 30$
$c_3 = 25 + v_3$	2→3	$\bar{v}_4 = 40$
$c_4 = 40 + v_4$	$\bar{t}_{23} = 30$	

Table 2. Numerical results for test network 1

Iteration number (k)	Case 1			Case 2			Case 3		
	t_{13}	t_{23}	F	t_{13}	t_{23}	F	t_{13}	t_{23}	F
0*	30.00	30.00	425.89	70.00	80.00	5240.1	10.00	10.00	2798.3
1	37.64	36.56	246.53	36.77	36.90	246.50	38.12	30.68	298.58
2	37.43	36.69	246.49	37.29	36.80	246.52	38.19	36.11	247.38
3	37.40	36.75	246.39	37.41	36.74	246.45	37.56	36.57	246.65
4	37.42	36.73	246.43	37.52	36.63	246.37	37.50	36.65	246.49
5				37.48	36.64	246.34	37.51	36.64	246.36
Optimal solutions			$\bar{t}_{13} = 37.24$	$\bar{t}_{23} = 36.99$	$F^* = 246.14$				

Note: 0* representing different initial values, stopping tolerance $\epsilon = 0.001$.