

二相流理論に基づく掃流砂量則に関する研究

京都大学大学院 学生員 ○寺田邦男
 京都大学大学院 学生員 三島豊秋
 京都大学防災研究所 正員 土屋義人

1. 緒言 本研究の目的は、Bagnold 流の砂と流体との相互作用の効果を積極的に取込んだ取扱いに基づいて、非平衡、不等流および非定常状態を含む、より一般的な掃流飛砂、流砂および漂砂現象の基礎的關係を導くことにある。ここでは、砂粒の saltation を中心とする bed material load としての床面材料との交換作用の存在という特殊性を考慮して、固液および固気二相流における運動論的取扱いを基礎にした掃流砂現象の定式化を行い、その基礎方程式に基づいて非平衡状態に対する掃流砂現象の簡単な解析を行う。

2. 掃流砂現象のモデル化の概要 砂相に関しては Liouville 方程式で、流体相に関しては連続式および Reynolds 方程式の形でそれぞれ基礎方程式を定義する。砂相の境界条件は、床面では砂の質量の保存則を表す境界条件、および砂粒の個数の分布関数の床面での遷移を表す境界条件で与え、また自由水面では砂の存在を無視する。一方、流体相の境界条件は、自由水面では運動学的条件、また床面では流体の質量の保存則および non-slip 条件を表す境界条件で与える。それぞれの相に対する方程式を境界条件を考慮して全水深にわたって積分すると、掃流砂現象に対する 1 次元の基礎方程式が導かれる。

これらの方程式は、砂および流体の底面せん断応力、および砂の平均速度、平均相互作用力などを評価してやれば、自由水面および床面の変動、掃流砂量、および平均流速を未知量として閉じる。流体に対する底面せん断応力の評価は今回はできなかった。砂の底面せん断応力は、Liouville 方程式の床面上での境界条件を用いることによりかなりのところまで評価できる。ここで得られる砂の底面せん断応力には、これまでの Bagnold 流の取扱いにおける定義式とは異なり、流体の底面せん断応力に関係する応力が付加されている。一方、各種の平均量の評価は、Liouville 方程式の Green 関数を用いて砂粒の個数の分布関数を定めることによって行う。このとき、床面での跳躍速度の分布関数を定める必要があるが、これはその場所だけの特性で決められる問題ではなく、厳密には運動論的な基礎方程式を解くことによって決められる問題である。しかしながら、全水深にわたって積分した基礎方程式に対して用いるときには、何らかの仮定をしてこの分布関数を規格化する必要がある。ここでは全ての砂粒が stationary saltation になっていると仮定することにより定める。

3. 非平衡状態の流砂への適用 流体運動は等流に近い状態であり、床面はほぼ水平で砂の流送による床面の変化は無視できると仮定する。この仮定のもとでの砂相および流体相の運動量方程式に全底面せん断応力が流体の自重の x 方向成分に等しく、砂の平均速度が一定であるという近似を用いれば、次式のような無次元化された基礎方程式が得られる。

$$\frac{\tau_b^*}{\tau^*} = 1 - \frac{Q_s^*}{U_{sm}^*} F_{Im}^* \quad , \quad \alpha U_{sm}^* \frac{\partial Q_s^*}{\partial x^*} = -\Delta S^* Q_s^* + \frac{\rho}{\sigma} \left(1 - \frac{\tau_c^*}{\tau^*} \right) \quad (1)$$

ここに、 Q_s^* 、 U_{sm}^* および F_{Im}^* はそれぞれ掃流砂量、水深で平均された平均流速および平均相互作用力、 ΔS^* は掃流砂量に対する初期移動以外の機構によって起る砂の底面せん断応力の比を表す平均量、 τ^* および τ_b^* は全底面せん断応力および流体の底面せん断応力のそれぞれに対する無次元量、 τ_c^* は限界 Shields 数、 α は補正係数、 σ は砂粒の密度、 ρ は流体の密度である。 $Q_s^* = 0$ at $x^* = 0$ のもとで式(1)を解けば、非平衡状態における掃流砂量則は次式のように導かれる。

Kunio TERADA, Toyoaki MISHIMA, Yoshito TSUCHIYA

$$\frac{Q_s^*}{Q_{se}^*} = 1 - \exp\left(-\frac{x^*}{\Lambda^*}\right) \quad , \quad \frac{\tau_b^*}{\tau^*} = 1 - A^* \left(1 - \frac{\tau_c^*}{\tau^*}\right) \left\{1 - \exp\left(-\frac{x^*}{\Lambda^*}\right)\right\} \quad (2)$$

ここに、 Q_{se}^* は平衡状態における掃流砂量則、 A^* および Λ^* は次式で表される非平衡状態における掃流砂量則を特徴づける無次元量であり、それぞれ次式で表される。

$$Q_{se}^* = \frac{\rho}{\sigma \Delta S^*} \left(1 - \frac{\tau_c^*}{\tau^*}\right) \quad , \quad A^* = \frac{\rho F_{Im}^*}{\sigma U_{sm}^* \Delta S^*} \quad , \quad \Lambda^* = \frac{\alpha U_{sm}^*}{\Delta S^*} \quad (3)$$

Λ^* は平衡状態への緩和距離を表す。また A^* は kink 現象に関係する量であり、相互作用力と砂の底面せん断応力の比となっている。

砂粒の軌道には簡単な近似解を用い、また床面での反発によって起こる砂粒の跳躍速度の分散は無視する。このとき、精度はあまりよくないが式(2)および(3)で表される各量は定量化される。図-1は無次元せん断応力に対する A^* の変化を示したものである。砂粒が停止しないときには A^* は一定値1となり、砂の底面せん断応力と相互作用力が無次元せん断応力に無関係に釣合っている。これは stationary saltation を仮定すれば必ず現れる傾向である。したがって stationary saltation を仮定するときには、式(1)は河村¹⁾が加速飛砂流の解析で導いた方程式および飛砂量の導出に用いた砂と流体の運動量の保存則と同様の方程式となる。現実の掃流砂現象は、砂粒の運動を単一の stationary saltation だけで表すことはできないが、平衡状態のときには統計的な意味でこの関係が成立していると思われる。しかしながら非平衡状態のときには、統計的な意味で砂粒が加速運動しているためにこの関係は崩れており、砂粒の停止がない場合でも A^* は1にはならないはずである。また、図-2は Q_s^*/Q_{se}^* および τ_b^*/τ^* の空間的な変化を調べたものである。 x^*/Λ^* が大きくなるにつれ Q_s^*/Q_{se}^* は1に漸近し、 τ_b^*/τ^* は、 $1 - A^* \left(1 - \frac{\tau_c^*}{\tau^*}\right)$ に漸近している。これは、停止する砂粒がある場合には流体の底面せん断応力は限界せん断応力より大きな値で落ち着き、完全な kink 現象は実現しないことを示している。この結果は河村の理論から導かれる結果に等しい。

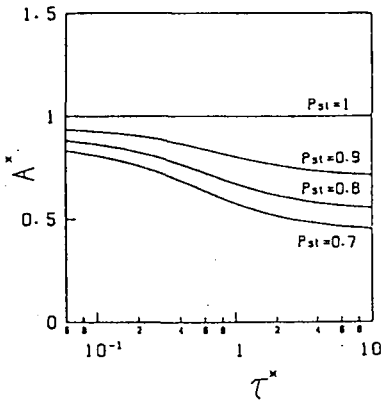


図-1 A^* の無次元せん断応力に対する変化

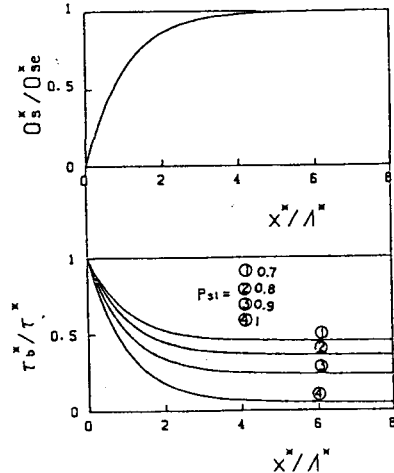


図-2 Q_s^*/Q_{se}^* および τ_b^*/τ^* の x^*/Λ^* に対する変化

4. 結 語 ここで示したモデルから導かれる結果は砂の運動の境界条件の与え方でほとんど決まる。しかしながら、今のところこの境界条件は定性的であるだけでなくいくつかの仮定も用いられている。そのため、ここで導かれた結果の信頼性はうすい。また、二相流系として基礎方程式を閉じさせるためには流体の底面せん断応力のモデル化をしなければならない。モデルの精密化と同時にそれから導かれる理論結果と多くの実験結果とを比較することにより、さらにこれらの課題を検討する必要がある。

1) 河村龍馬(1951): 飛砂の研究, 東大理工学研究所報告, 第5巻, pp.95-112.