

砕波帯における戻り流れと表面渦度の分布特性

大阪府立工業高等専門学校 正員 ○平山 秀夫

大阪府 木崎 充

松下精工 塩崎 博文

1. はしがき: 砕波帯における戻り流れは、砕波に伴って水表面に発生する組織的な渦の影響が支配的であって、従って、この発生する渦や乱れに起因する渦度をいかに評価するかということが砕波帯内の流れを推定する場合の重要事項の1つである。

本研究では、このような立場から、まず最初に、砕波帯内でも、水表面付近の渦層を除けば、波動成分(ポテンシャル成分)は消失することなく存在し、かつ渦層内の水面渦度はLonguet-Higgins(1960)が理論的に提示したものと類似な方法で近似的に表現できるという仮定の下に戻り流れの鉛直分布に関する理論展開を行う。次に、このようにして得られた理論値と実験値との適合性から推定された水面渦度の特性が、入射特性や砕波型式及び水底勾配等どのように関係しているかを調べるとともに、このような簡便な方法によっても、砕波帯内の水面渦度の大きさやその水平分布特性が簡単に推定できることを示す。

2. 理論解析及び渦度の推定式: 1) 基礎式及び境界条件式; 座標系は、静水面にX軸、その鉛直下方にZ軸をとる。いま、砕波帯内の波動層内では、砕波帯外と同様に一貫して微小振幅波理論が適用できるものと仮定すれば、質量輸送の鉛直分布を支配する基礎方程式は、質量輸送の流れ関数 Ψ を用いることによって、次式のように表される(Longuet-Higgins, 1953b)。

$$\varepsilon^2 \nabla^4 \Psi = \nabla^4 \left[\frac{\sigma \sinh 2k(z-h)}{4 \sinh^2 kh} a^2 \right] \quad (1)$$

ここで、 $\varepsilon = a/L$ (a : 波の振幅、 L : 波長)、 $k = 2\pi/L$ である。

次に、式(1)において Ψ を、Longuet-Higginsと全く同様に、

$$\varepsilon^2 \Psi = \frac{a^2 \sigma}{4 \sinh^2 kh} \{ \sinh 2k(z-h) + Z^{(4)} \} \quad (2)$$

のように仮定すれば、式(1)から次の基礎微分方程式が得られる。

$$\frac{d^4 Z^{(4)}}{dz^4} = 0 \quad (3)$$

この式を積分することによって、 $Z^{(4)}$ は、

$$Z^{(4)} = \frac{1}{6} C_1 z^3 + \frac{1}{2} C_2 z^2 + C_3 z + C_4 \quad (4)$$

のように表される。ここで、 C_i ($i=1 \sim 4$)は未知の積分定数であつて、以下に示す連続条件及び境界条件から決定される。

連続条件は、砕波帯内の波動層内でも、運動の連続性は保持されているとすれば、質量輸送の流れ関数 Ψ は、 $(\Psi)_{z=0} = 0$ 及び

$(\Psi)_{z=h} = 0$ が満足されなければならないので、結局、次式のような連続条件式が得られる。

$$(Z^{(4)})_{z=0} = \sinh 2kh \quad (5) \quad (Z^{(4)})_{z=h} = 0 \quad (6)$$

水面条件は、砕波帯内における渦層の渦度をLonguet-Higgins(1960)と類似な方法によって表現できるものとし、いま、水面質量輸送速度勾配 $(\varepsilon^2 \partial^2 \Psi / \partial z^2)_{z=0}$ を渦度の程度に応じて決定されるべき定数 β ($\beta > 0$) を用いて表せば、次式のように与えられる。

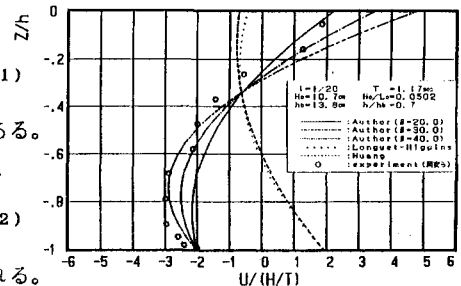


図-1 砕波帯内における質量輸送の鉛直分布の理論値と実験値の比較

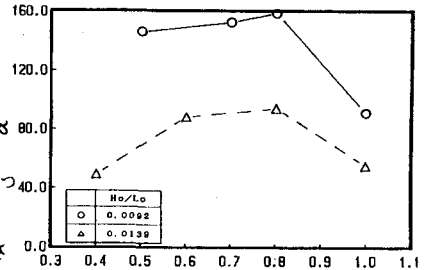


図-2 波高勾配の大小による渦度の比較

$$\left(\varepsilon^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Z^2}\right)_{z=0} = -2a^2 \sigma k \left(1 + \frac{\beta}{2}\right) \coth kh \quad (7)$$

従って、水面境界条件 ($d^2 Z^0 / dZ^2$)_{z=0} は、式(2)と式(7)から結局次式のように表されることになる。

$$\left(\frac{d^2 Z^{(0)}}{dZ^2}\right)_{z=0} = -2\beta k^2 \sinh 2kh \quad (8)$$

次に、底面条件であるが、式(2)より $z=h$ での底面質量輸送速度 (U_∞) の値を用いて表示すると次式のようになる。

$$\left(\frac{dZ^{(0)}}{dz}\right)_{z=h} = \frac{4 \sinh^2 kh}{a^2 \sigma} U_\infty - 2k \quad (9)$$

結局、流体主流領域における質量輸送速度が次式のように求まる。

$$U = \frac{a^2 \sigma k}{4 \sinh^2 kh} \left[2 \cosh 2kh \left(\frac{z}{h} - 1 \right) + \left\{ \frac{3}{2} \left(\frac{z^2}{h^2} \right) - \frac{1}{2} \right\} \left(\frac{4 \sinh^2 kh}{a^2 \sigma k} U_\infty - 2 \right) + \frac{\beta kh}{2} \left\{ 3 \left(\frac{z^2}{h^2} \right) - 4 \left(\frac{z}{h} \right) + 1 \right\} \sinh 2kh + \left(\frac{z^2}{h^2} - 1 \right) \frac{3 \sinh^2 kh}{2kh} \right] \quad (10)$$

2) LagrangeからEuler質量輸送速度への変換：式(10)はLagrangeの質量輸送であり、また U_∞ もLagrange的な底面質量輸送速度である。本研究では、Euler的な実験値を用いるため、質量輸送もEuler的な質量輸送に変換する必要がある。 $Z=h$ (底面) において、Lagrange的底面質量輸送をEuler的底面質量輸送速度 ($U_{E\infty}$) を用いて表せば、

$$U_\infty = U_{E\infty} + \frac{a^2 \sigma k}{2 \sinh^2 kh} \quad (11)$$

となる。従って、式(10)に対応する、Euler的底面質量輸送速度を用いて U_E は次のように表現される。

$$U_E = \frac{a^2 \sigma k}{4 \sinh^2 kh} \left[\left\{ \frac{3}{2} \left(\frac{z^2}{h^2} \right) - \frac{1}{2} \right\} \frac{4 \sinh^2 kh}{a^2 \sigma k} U_{E\infty} + \frac{\beta kh}{2} \left\{ 3 \left(\frac{z^2}{h^2} \right) - 4 \left(\frac{z}{h} \right) + 1 \right\} \sinh 2kh + \left(\frac{z^2}{h^2} - 1 \right) \frac{3 \sinh^2 kh}{2kh} \right] \quad (12)$$

3) 渦度の推定式：Longuet-Higginsによれば、水平床上での渦度は次式のようになる。(suffixのiは水平床上での値を意味する。)

$$\omega_i = -4a^2 \sigma k_i^2 \coth k_i h_i \quad (13)$$

次に、斜面上任意水深での水面渦度 ω は、次のように表される。

$$\omega = \partial U / \partial z = \varepsilon^2 \partial^2 \Psi / \partial Z^2 = -2a^2 \sigma k^2 \left(1 + \beta/2\right) \coth kh \quad (14)$$

水平床での渦度と斜面上任意水深とのそれとの比の値を α とすると、 α は次式のように与えられる。

$$\alpha = \frac{\omega}{\omega_i} = \frac{H^2 k^2 \coth kh}{2 H_i^2 k_i^2 \coth k_i h_i} \left(1 + \frac{\beta}{2}\right) \quad (15)$$

3. 結果：1) 理論値と実験値の適合性：図-1は、式(12)に基づいた理論値と実験値を比較した結果である。この図から、理論値と実験値は、底勾配にかかわらず、 β の値を適当な値に選べば、かなり良く一致することが明かである。2) 水面渦度とその分布特性：図-2は、式(15)で示した α の値を H_0/L_0 をパラメーターにして示したものである。底勾配が一定の場合には砕波型式にかかわらず、 H_0/L_0 が小さい程 α の値は大きい。図-3は、底勾配が一定の場合に、砕波型式によって、 α の値の分布特性の差異を調べたもので、底勾配の大小にかかわらず、一般に α の値はplunging型の場合がspilling型に比して大きな値を示すようである。図-4は、渦度の変化に及ぼす底勾配の影響を調べた一例で、砕波型式、波高及び周期をほぼ一定とした場合での結果の比較である。

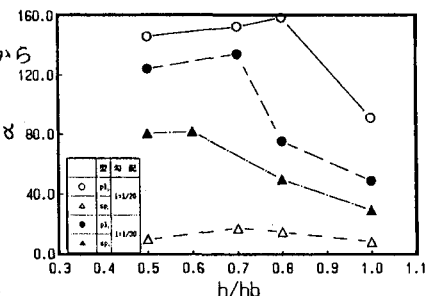


図-3 砕波型式別による渦度の比較

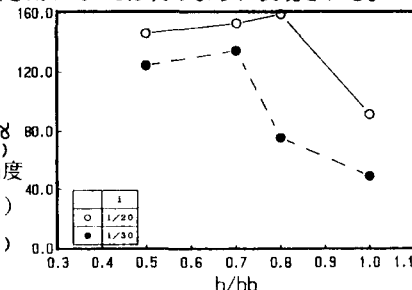


図-4 勾配別による渦度の変化
spilling (崩れ波) 型の場合