

蛇行水路における二次流の鉛直分布について

立命館大学理工学部 正員 ○ 小沢功一
 東京大学工学部 正員 玉井信行

1. まえがき 河道が弯曲しているところの水流には遠心力が作用するために二次流が発達してくる。この二次流の河床近くでの大きさや方向が河床砂の移動方向などに関係してくる。したがって二次流の鉛直平均値だけではなく鉛直分布が的確に求められることが望まれる。

運動方程式と連続式を用いて河川蛇行部における流れの構造を明らかにしようとする場合、流れは3次元であるから、本来は変数も3次元として扱う必要がある。これまで数値的に解を求めることが試みられているが解の収束性の問題もあって必ずしも充分な結果は得られていない。

水深は水路幅や曲率半径に比較して相当浅いと仮定して、鉛直平均流速を使った連続式、運動方程式を用いる。そして二次流の鉛直平均値を基にしてある分布形を仮定して、その結果が二次流の遷移過程をどの程度表すことが出来るのかを考察している。

2. 解析 解析に用いられた連続式、流下方向・横断方向の運動方程式は次のようである。

連続式；

$$\frac{\partial h_t \bar{u}_s}{\partial s_a} + \frac{\partial h_t \bar{u}_n}{\partial n_a} + \frac{h_t \bar{u}_n}{r_a} = 0$$

流下方向の運動方程式；

$$\frac{\partial h_t \bar{u}_s^2}{\partial s_a} + \frac{\partial h_t \bar{u}_s \bar{u}_n}{\partial n_a} + 2 \frac{h_t \bar{u}_s \bar{u}_n}{r_a} + g h_t \frac{\partial h_a}{\partial s_a} + g h_t \frac{\partial h_a}{\partial n_a} + \frac{\tau_{s0}}{\rho} = 0$$

横断方向の運動方程式；

$$\frac{\partial h_t \bar{u}_s \bar{u}_n}{\partial s_a} + \frac{\partial h_t \bar{u}_n^2}{\partial n_a} + \frac{h_t (\bar{u}_n^2 - \bar{u}_s^2)}{r_a} + g h_t \frac{\partial h_a}{\partial n_a} + \frac{\tau_{n0}}{\rho} = 0$$

ここに $\bar{u}_s, \bar{u}_n$ はそれぞれ s_a, n_a 方向の鉛直平均流速、 r_a は s_a 軸の曲率半径、 ρ は水の密度、 $h_t = (z_0 - z_b)$, $h_a = (z_0 - z_n)$, z_0, z_h, z_b はそれぞれ、水面、断面平均河床、河床の z_a 座標である。 τ_{s0}, τ_{n0} は底面における s_a, n_a 方向のせん断応力を表わす。

u_s, u_n としては $u_s = \bar{u}_s f_1(z_a/h_t, \sqrt{g/\kappa C})$, $u_n = \bar{u}_n \cdot f_1(z_a/h_t, \sqrt{g/\kappa C}) + \bar{u}_n \cdot f_2(z_a/h_t, \sqrt{g/\kappa C})$ とする。ここに f_1, f_2 については Engerund, Johansson & Parker による式を用いる。これらは図-1、2 のようである。基礎式における $\bar{u}_s^2, \bar{u}_s \bar{u}_n, \bar{u}_n^2$ については $\bar{u}_s^2 = k_{ss} (\bar{u}_s)^2$, $\bar{u}_s \bar{u}_n = k_{sn} \bar{u}_s \cdot \bar{u}_n + k_{sn} \cdot \bar{u}_s \cdot \bar{u}_n$, $\bar{u}_n^2 = k_{nn} (\bar{u}_n)^2 + 2k_{nn} \cdot (\bar{u}_n)^2 + k_{nn} \cdot (\bar{u}_n)^2$ となる。ここに $k_{ss} = f_1^2, k_{sn} = f_1 f_2, k_{nn} = f_2^2$ である。

未知量を断面平均流速 V , 断面平均水深 H_0 で無次元化し, $h = (h_t/H_0)$, $u = (u_s/V)$, $v = (u_n/V)$ について摂動法により展開パラメーター $\epsilon = (B_0/2R)$ の3次までの解を求める。すなわち $h = h_0 + \epsilon h_1 + \epsilon^2 h_2 + \epsilon^3 h_3$, $u = u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \epsilon^3 u_3$, $v = v_0 + \epsilon v_1 + \epsilon^2 v_2 + \epsilon^3 v_3$ となる。ここに B_0 は水路幅、 R は最小曲率半径である。

3. 実験値との比較 二次流に関するデータが得られた水路は図-3に示されている。これは半径が0.6mの1/4円弧が0.3mの直線部に接続されていて、それが反転するように繰り返されて蛇行形状となっている。

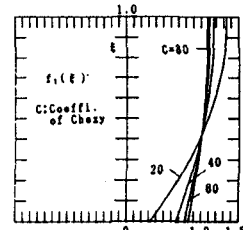


図-1 f_1 の鉛直分布

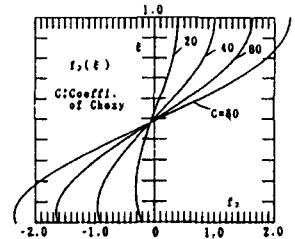


図-2 f_2 の鉛直分布

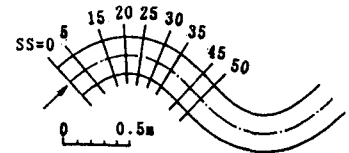


図-3 蛇行水路

Koichi OZAWA, Nobuyuki TAMAI

その中心は蛇行流路曲線 $\theta = \theta_0$ ・sinksにほぼ等しい形である。ここに θ_0 は最大偏角で45度、 $k=(2\pi/L)R$, $s=s_c/R$ としている。Lは蛇行長で $L=2.48m$, Rは最小曲率半径で $R=0.504m$, s_c は中心軸の流下方向への座標である。また水路の平均河床勾配は $i=1/1000$, 平均水深は $H_0=0.0293m$, 平均フルード数は $Fr=0.44$, 流量は $Q=2\ell/s$ である。

二次流の鉛直平均値については図-4に示されている。実験値がプロットされているが、これは鉛直方向に5点で測定されているものを平均した値を採っている。蛇行の変曲点に相当する曲率半径が大きい位置においては負の値を持つが、曲線部を流下して次の曲率半径が大きい位置では正の値を持つように変化する。ここにn軸は左岸方向へ正の値となるように採っている。計算値も同じ図上に示されているが、1次解 $v_0 + \varepsilon v_1$ は0である。2次解 $\varepsilon^2 v_2$ と3次解 $\varepsilon^2 v_2 + \varepsilon^3 v_3$ とはほとんど変化はない。 v_2, v_3 は s, n の関数として求められたが、スペースの関係で詳しい表示式はここには示されていない。

二次流を3次的に示すと図-5のようである。計算値については3次解を基にした値が f_1, f_2 の分布形をするものとして求められている。

二次流を3次的に示すと図-5のようである。計算値については3次解を基にした値が f_1, f_2 の分布形をするものとして求められている。

4. あとがき 二次流の鉛直平均値の

計算値と測定値とを比較している図-4において、それらの傾向は流下方向にも横断方向にも同じように現れていると見ることが出来る。その大きさに関しては、(b)ss=5と(g)ss=35において測定値の方が計算値よりかなり大きな値となっている。これは水路の形状が完全な蛇行水路ではなく、一定曲率の彎曲部と直線部との組み合わせから成っていて、その接続の位置がほぼ(b)ss=5, (g)ss=35と一致している。これらの位置においては曲率半径は無限大から一定値に変わる特別な状況となっている。その影響が測定値に現れているものと思われる。

二次流を3次的に現した図-5においては、測定値と計算値とで(d)ss=20, (e)ss=25の位置でよく合っていない。これらの位置は曲率が最も大きいところであり、二次流の遷移が流下方向にも横断方向へも生じている。このような位置での二次流は鉛直平均の2次元解析では現しきれないが、その他の位置での値についてはほぼ予測ができています。

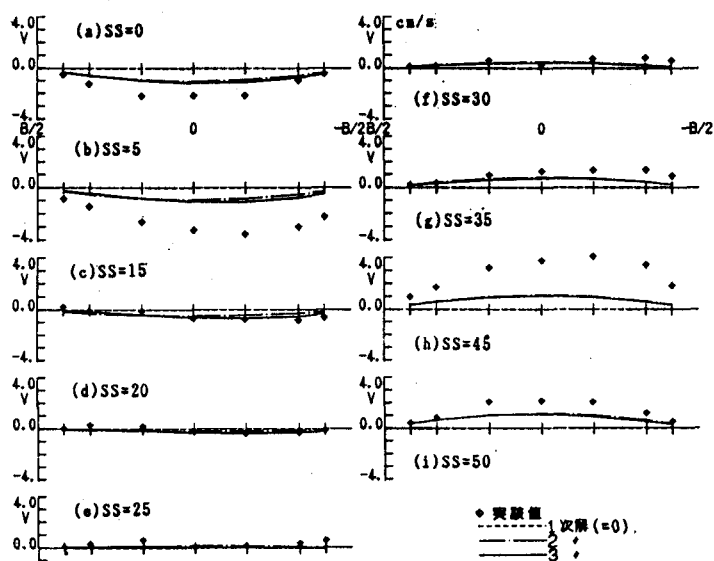


図-4 二次流速の横断分布

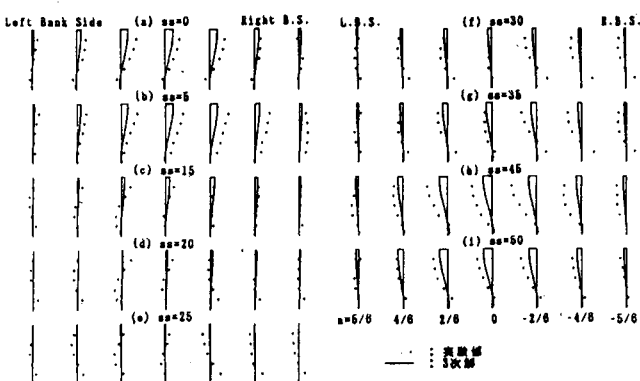


図-5 二次流の鉛直分布