

一般曲線座標系による鉛直2次元流れの解析

京都大学工学部 正 員 岩佐義朗 京都大学工学部 正 員 綾 史郎
大 阪 市 正 員 尾植正順 京都大学大学院 学生員○大久保忠彦

1. はじめに

本研究は、一般曲線座標系における鉛直2次元モデルを用いた密度流の数値解析モデルについて行ったものである。本モデルにより、貯水池のような水温差により生じた密度流場における、種々の境界条件下初期条件下の流れ場についての考察が可能となるが、本論文では、路床形状の上層及び下層密度流におよぼす影響についての計算と考察を行った。

2. 基礎方程式系とその離散化

デカルト座標系における x_1, x_2 軸方向の運動量方程式、連続式、乱流拡散方程式を座標変換

$$\xi_i = \xi_i(x_1, x_2, t) \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

によって一般曲線座標系上のものに改めると、以下の式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{J} \right) \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ 0 \\ T \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left(\frac{1}{J} \right) \begin{pmatrix} u_1 \frac{\partial \xi_i}{\partial t} \\ u_2 \frac{\partial \xi_i}{\partial t} \\ 0 \\ T \frac{\partial \xi_i}{\partial t} \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left(\frac{1}{J} \right) \begin{pmatrix} u^i u_1 \\ u^i u_2 \\ u^i \\ u^i T \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left(\frac{1}{J} \right) \begin{pmatrix} \tau^{1i} \\ \tau^{2i} \\ 0 \\ s^i \end{pmatrix} + \frac{1}{J} \begin{pmatrix} -g \frac{\partial \xi_i}{\partial x_1} \frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_i} + g \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} \frac{\partial \xi_i}{\partial \xi_i} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{J} \begin{pmatrix} -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_1} \frac{\partial \rho}{\partial \xi_i} \\ -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} \frac{\partial \rho}{\partial \xi_i} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここに、 u_i : x_i 軸方向の流速、 u^i :流速ベクトルの反変ベクトル成分、 T :温度、 s^i :勾配輸送型温度フラックスの反変ベクトル成分、 T :温度、 ρ_0 :基準密度、 p_0 :動水圧、 ξ_i :基準面(初期水面)から水面までの高さ、 D :正規化された密度偏差の水深積分値 J :Transformation Jacobian、 x_1 :水平方向座標、 x_2 :鉛直方向座標である。反変ベクトル成分および、 τ^{ij} と τ_{ij} の関係を以下に示す。

$$u^i = \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} u_j \quad (3) \quad s^i \equiv \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} s_j \quad (4) \quad \tau^{ik} = \frac{\partial \xi_k}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (5)$$

なお、式(2)の第1、第2式は、各々 x_1, x_2 軸方向の流速 u_1, u_2 に関する運動量方程式でブジネスク近似が用いられており、第3式は連続式、第4式は乱流拡散方程式である。(2)式と密度と温度の関係を表す状態方程式により、基礎方程式系は構成される。

3. 数値解析結果とその考察

(1)実験方法と計算条件:本研究で対象とする水路モデルはFig. 1のA, Bである。いずれも水路長320.0 cm、水深は上流端で約11.5 cm、下流端で約23.0 cmであり、その中間が一部曲面でつながれている。また水路モデルBはモデルAの路床中央付近に高さ4.0 cm、長さ53.0 cmの正弦波状のハンプを設けたものである。水路モデルは流下方向(ξ_1 軸方向)に80分割、水深方向(ξ_2 軸方向)には23分割され、非正方形格子網が生成された。また、数値計算にあたっての各変数の定義点はFig. 2に示した様に配置する。計算時間間隔 $\Delta t=0.01$ secとし、水平方向の渦動粘性係数は $\nu_{th}=100.0 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、乱流拡散係数は $\gamma_{th}=100.0 \text{ cm}^2/\text{s}$ とし鉛直方向のそれらはRichardson数の関数として以下のように表す。

$$\nu_{tv} = (\nu_{tv})_0 e^{-1.5 Ri} \quad \gamma_{tv} = (\gamma_{tv})_0 e^{-3.0 Ri}$$

(2)計算結果:計算結果をFig. 3~Fig. 4に示す。Fig. 3は20℃の一樣密度場の上流端の水路床から高さ6.0 cmの領域で10℃の水が流入する下層密度流の計算結果でありFig. 4は10℃と20℃の水による成層密度場に、20℃の水が流入する上層密度流の計算結果である。各々、ハンプのある場合と無い場合の等温度線図が示されている。これらの図から以下のことが理解される。1)下層密度流の場合(Fig. 3(a)(b))、2層間の

混合に及ぼすハンプの影響はさほど大きいものではない。2) 上層密度流の場合、ハンプのない場合 (Fig. 4(a)) の方が、2層間の混合が促進される。3) 今回の計算では、下層密度流の方が上層密度流に比較して、2層間の混合が強い。

4. 結論

一般曲線座標系による鉛直2次元密度流の数値解析モデルを作成し、水路床にハンプが存在する場合の上、下層密度流の数値解析を行った。今回の数値解析結果では、2層間の混合に関しては、上層密度流の場合の方がハンプの影響が顕著に現れた。今後、理論的、実験的研究と比較して検討して行きたいと考えている。

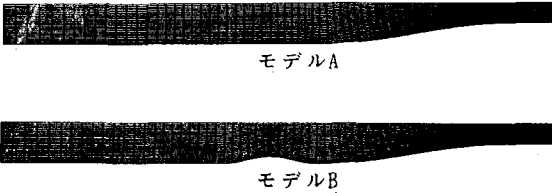


Fig. 1 モデルの非正方形格子網

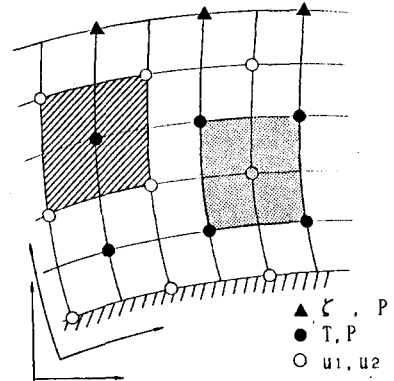


Fig. 2 従属変数の定義点

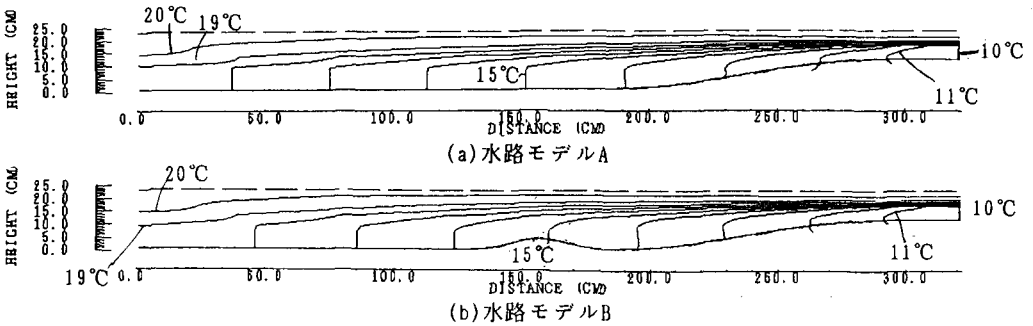


Fig. 3 下層密度流の計算結果 (等温度線図)

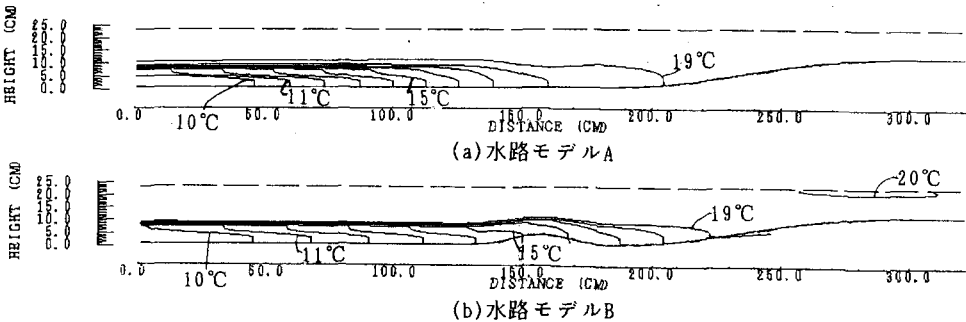


Fig. 4 上層密度流の計算結果 (等温度線図)