

## 河床波上のせん断応力分布の算定と摩擦抵抗の評価

舞鶴工業高等専門学校 正員○三輪 浩  
立命館大学 理工学部 正員 大同淳之

1. まえがき 河床波が形成された場合の流砂量は、有効掃流力の概念を導入し、これが抵抗分割によって得られる摩擦抵抗と同一であるとの前提のもとに算定されている。しかし、実際には河床に作用するせん断応力は場所的に一定ではないために非平衡な流砂現象となり、摩擦抵抗と有効掃流力を同一視した議論では不十分である。そこで、本文では砂堆河床を対象としてその背面に沿うせん断応力分布を算定し、これから得られる河床の局所摩擦抵抗をもとに流砂量の算定を行う。

2. 実験概要 実験は長さ6.5m、幅20cmの亚克力製可変勾配水路を用いて行った。まず、せん断応力分布算定のための諸データを収集するため、三角形の砂堆模型を水路に敷き詰めて固定床とし、直径3mmのプロベラ流速計を用いて、砂堆模型の背面に沿う数ヶ所の地点における流速分布を測定した。なお、模型の表面は $d=0.074\text{cm}$ の粗度を有している。つぎに、流砂量を測定するために、河床が平衡状態に達した後、砂堆1波長分の砂を採取した。表-1は移動床の実験条件である。

表-1 実験条件

| Run No. | $qw(\text{cm}^2/\text{s})$ | $dm(\text{cm})$ | $hm(\text{cm})$ | $Te \times 10^{-3}$ |
|---------|----------------------------|-----------------|-----------------|---------------------|
| U-6D    | 350                        | 0.057           | 9.56            | 2.11                |
| U-6E    | 350                        | 0.057           | 9.34            | 2.79                |
| U-6F    | 350                        | 0.057           | 10.26           | 2.40                |
| U-7D    | 400                        | 0.057           | 10.37           | 3.11                |
| U-7E    | 400                        | 0.057           | 10.02           | 3.23                |
| U-7F    | 400                        | 0.057           | 9.75            | 3.25                |
| U-9D    | 450                        | 0.093           | 9.78            | 2.21                |
| U-9F    | 450                        | 0.093           | 9.48            | 2.19                |
| U-9G    | 450                        | 0.093           | 9.78            | 2.34                |

3. せん断応力分布と摩擦抵抗 河床波の背面では再付着点から河床に沿って新たに境界層が発達し、底面せん断力はこれによって規定される。非圧縮性二次元流れの境界層の運動量方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial (U \delta^*)}{\partial t} + U^2 \frac{\partial \theta}{\partial x} + (2\theta + \delta^*) U \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\tau(x, t)}{\rho} \quad (1)$$

ここに、 $U$ は境界層外えん流速、 $\delta^*$ は排除厚 ( $\int (1-u/U) dy$ )、 $\theta$ は運動量厚 ( $\int (1-u/U)(u/U) dy$ )、 $\delta$ は境界層厚、 $p$ は圧力、 $u(y)$ は境界層内の流速分布である。

流れを定常と仮定、水面波を無視して河床形状による水深変化を考慮し、境界層内の流速分布を式(2)で、境界層外えん流速を中川・辻本ら<sup>1)</sup>による式(3)で表すとせん断応力分布は式(4)で表される。

$$u(y)/U = (y/\delta)^{1/m} \quad (2), \quad U/u_m = B(x/h_m)^{1/2} \quad (3)$$

$$\frac{\tau(x)}{\rho u_m^2} = \Pi \left( \frac{k_s}{h_m} \right) \left( \frac{x}{k_s} \right)^{m/(m+2)} \quad (4)$$

ここに、 $u_m$ は平均流速、 $h_m$ は平均水深、 $\Pi = (B/A)^2 C^{-2/(m+2)}$ 、 $A = 8.94$ 、 $B = \{2/(2-L/h_m \cdot \lambda)\} \{L/h_m \cdot (1-5.1 \cdot \lambda)\}^{-1/2}$ 、 $C = A^{-2} \{ (5m^2 + 8m + 4) / \{2(m+1)(m+2)^2 + Fr^{-2} B^{-2} \lambda\} \}$ 、 $m=6$ 、 $L$ は波長、 $\lambda$ は波形勾配。

図-1は河床波背面の底面摩擦速度の分布形状について、式(4)と中川・村上ら<sup>2)</sup>によるK-eモデルを用いた結果との比較を示している。再付着点付近で摩擦速度の増加が大きく見られるが、全体としては同じ傾向を示している。式(4)より、河床の摩擦抵抗は次式で求められる。

$$\tau_*' = \rho u_*'^2 = \rho / L \left\{ \int_0^{L-L_2} u_*^2(x) dx \right\} \quad (5)$$

図-2は全抵抗と式(5)から求められる摩擦抵抗との関係を示したものである。同図にはUSGSの砂堆のデータ<sup>3)</sup>も記入してある。図から分かるように、砂堆領域の広い条件範囲で次式が成り立つ。

$$\tau_*' = 0.25 \tau_*'^{1/2} \quad (6)$$

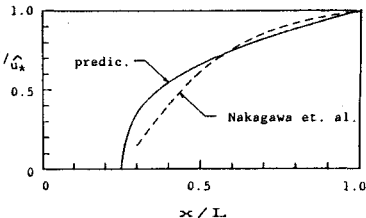


図-1 底面摩擦速度の分布形状

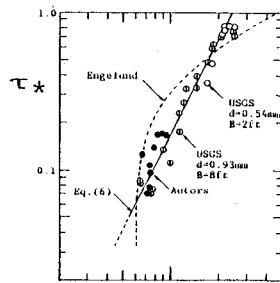


図-2

4. 河床波背面の粒子の限界掃流力と流砂量の算定 河床波の背面は波形勾配入によって傾いているため、粒子の限界掃流力はこの影響を受ける。斜面上に置かれた粒子に作用する力のつりあいから次式が得られる。

$$k_{cs} = \frac{\tau_{cs}}{\tau_{co}} = \cos \theta \left( 1 - \frac{\tan \theta}{\tan \phi} \right) \quad (7)$$

さて、流砂量はpic-up rate (ps)とstep length (Λ)を用いて次式によって算定される。

$$q_s = (k_3/k_2) ps \Lambda d \quad (8)$$

pic-up rateは中川・辻本による次式を用いる。

$$ps_* = ps \sqrt{d/(\sigma/\rho-1)g} = F_0 \tau_*' (1 - \tau_{*c}'/\tau_*')^3 \quad (9)$$

ここに、 $F_0=0.03$ 、 $\tau_{*c}'=k_{cs}k_0\tau_{*c}$ 、 $k_0=0.7$ 、 $\tau_{*c}=0.05$

また、Λについては、通常平坦河床では平衡流砂量式から逆算によって求められている。同様の手法をここでも適用すると、著者らによる河床波に対する流砂量式<sup>4)</sup>を用いて次式を得る。

$$\Lambda/d = 1.0 \times 10^3 \tau_*'^{3/4} (1 - \tau_{*cu}'/\tau_*')^{5/4} (1 - \tau_{*c}'/\tau_*')^{-3} \quad (10)$$

ここに、 $\tau_{*cu}'$ は河床波が存在する下限の平均せん断力に相当し、0.07である。

ただし、ここで用いた流砂量式は無次元せん断力が $\tau_*$ ではなく $u_*'/w_0$ で表されているため、 $u_*'/w_0 \rightarrow \tau_*$ の変換に際して抗力係数 $C_D$ を与える必要がある。ここでは、lower regimeで砂堆のみが形成される粒径範囲を考え、 $C_D=2.32$ とした。

ところで、河床波上のstep lengthが平坦床とは異なった分布となる可能性があることを考えると、式(10)の結果をそのまま適用するには問題が残る。とくに、再付着点付近では鉛直方向の強い乱れが発現し、これが流下方向に変化したり、背面での加速流の影響等が流砂運動に副次的に影響を与える。これらのことについて本文では議論できないので、便宜上Λ/dの最小値は100とする。

一方、最大値に関しては、粒子が浮遊状態にならない限界 $u_*'/w_0$

$=0.8$ をもとに $\tau_*$ を算出し、式(6)から $\tau_*'$ を求めると0.15を得る。

これ以上の掃流力では粒子の一部は浮遊し、また河床は遷移状態となって河床波が減衰する可能性があり、流砂現象が変化すると考えられるので $\tau_*'=0.15$ に相当するstep length(Λ/d=240)を最大とした。図-3は以上の関係を図示したものである。

さて、step lengthを上述のように与えると、式(8)をもとに流砂量の分布が求められる。図-4はその一例を示したものである。

また、平均流砂量は次式によって求められる。

$$q_{sx} = q_s / \sqrt{s g d^3} = 1/L \left\{ \int_0^{L-L_s} q_{s*}(x) dx \right\} \quad (11)$$

図-5は式(10)による計算結果と実験結果を比較したものであり、良好な結果が得られているといえる。

5. あとがき 砂堆背面の掃流力分布と流砂量分布の算定法について検討し、これから平均流砂量の算定が可能であることを示した。今後、本成果を混合砂河床に拡張し、流砂運動と河床波の変形の相互作用について検討するつもりである。なお、本研究は平成2年度(財)日本科学協会笹川科学研究奨励助成の補助を受けて行われたものである。記して謝意を表します。

参考文献 1)中川・辻本・村上他：第28回水講演文集、1984。 2)中川・村上・後藤：水工学論文集、第34巻、1990。 3)Guy, H.P., D.B. Simons and E.V. Richardson: USGS Professional Paper, 462-1, 1965。 4)MIWA, H. and A. DAIDO: Proc. 7th APD-IAHR, 1990。

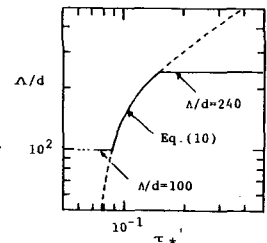


図-3 step length

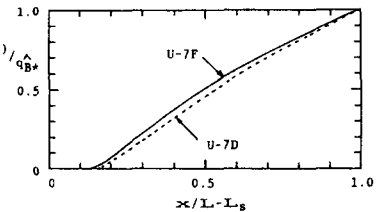


図-4 流砂量の分布

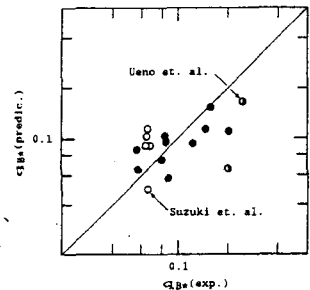


図-5 平均流砂量の算定