

衝撃荷重を受ける二層円板の応答解析

大阪市立大学工学部 正 員 小林 治俊

大阪市立大学工学部 正 員 園田恵一郎

大阪市立大学大学院 学生員 ○石丸 和宏

1. まえがき

異種材料からなる合成板は種々な用途に使用されているが、衝撃荷重を受ける際の動的挙動は十分には明らかにされていない。本研究は、合成板の例として鋼板接着された円形コンクリート合成版の弾性衝撃解析を試みたものであり、解析には3次元動弾性論に基づく固有関数展開法 [1, 2] を用いた。数値結果より応力、変位の初期および長期応答を示し、その動特性を検討する。

2. 解析方法

解析方法は参考文献[1]で示した一層円板の場合に従えば良く、以下にその概略を記述する。取扱う円板の座標系を図1に示した。等方性軸対称問題の運動方程式は、

$$G_i \{ \nabla^2 u_i + \beta_i \text{grad}(\text{div } u_i) \} = \rho_i \ddot{u}_i \dots \dots \dots (1)$$
 で与えられ、ここに、 $u_i = (u_i, w_i)$ は変位ベクトル、 G_i はせん断弾性係数、 $\beta_i = 1/(1-2\nu_i)$ 、 ν_i はポアソン比、 ρ_i は密度、 ∇^2 はラプラシアン、またドットは時間微分を意味し、添字 $i=1, 2$ は各々上層、下層を表す。

円板上面に衝撃荷重 $f(t)q(r)$ が作用するものとすれば、本問題の周辺支持条件および上層・下層間の連続条件は、次式で表される。

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} \sigma_{z1} = -f(t)q(r), \tau_{rz1} = 0 (z_1 = -h_1/2) \quad \textcircled{2} u_1 = u_2, w_1 = w_2, \\ & \sigma_{z1} = \sigma_{z2}, \tau_{rz1} = \tau_{rz2} (z_1 = +h_1/2, z_2 = -h_2/2) \quad \textcircled{3} \sigma_{z2} = 0, \\ & \tau_{rz2} = 0 (z_2 = +h_2/2) \dots \dots \dots (2. abc) \end{aligned}$$

衝撃問題の解は、静的問題の解 $u_i^s = (u_i^s, w_i^s)$ と擾乱解 $u_i^d = (u_i^d, w_i^d)$ の和として与える。すなわち、

$$u_i(x_i, t) = f(t)u_i^s(x_i) + u_i^d(x_i, t) \dots \dots \dots (3)$$

$$u_i^d(x_i, t) = \sum_m \sum_n Q_{mn}(t) U_{mni}(x_i) \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 $x_i = (r, z_i)$ 、 $Q_{mn}(t)$ は未定の時間関数、 $U_{mni}(x_i)$ は固有関数である。

式(3)(4)を式(1)に代入し固有関数の直交性を利用すると $Q_{mn}(t)$ に関する2階の微分方程式(5)を得る。

$$\ddot{Q}_{mn}(t) + p_{mn}^2 Q_{mn}(t) = -\hat{f}(t) Z_{mn} \dots \dots \dots (5)$$

$$\text{ただし、} \quad Z_{mn} = \left\{ \sum_i \int_{V_i} \rho_i u_i^s U_{mni} dV_i \right\} / \left\{ \sum_i \int_{V_i} \rho_i U_{mni}^2 dV_i \right\} \dots \dots \dots (6)$$

式(5)の解はデュハメル積分で与えられ、初期条件を与えることにより解が確定する。本解析では衝撃を受ける前には円板は静止しているものとした。

3. 数値計算結果

用いた諸元は、円板厚/直径比を $h/2b=0.3$ 、各層厚は $h_1/h=0.9$ 、 $h_2/h=0.1$ 、各層の材料定数は、 $\rho_1=2.3$ (tf/m³)、 $\rho_2=7.85$ (tf/m³)、 $\nu_1=0.167$ 、 $\nu_2=0.3$ 、 $E_1=2.4 \times 10^6$ (tf/m²)、 $E_2=2.1 \times 10^7$ (tf/m²)である。作用荷重としては衝撃を受ける二層円板内の応力変動に対する基礎的データを得るために、 $\cos(\pi r/2b)$ とはほぼ等しい $J_0(\alpha_1 r)$ で表される荷重が作用するものとした。 α_1 は $J_0(\alpha b)=0$ の最初の根である。

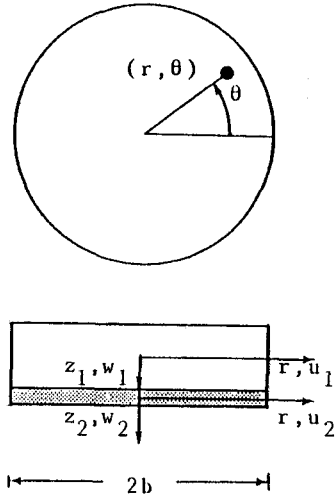


図1 二層円板の座標系

図2は、中央断面上の3点(a)上層中央(b)接合面(c)下層中央での σ_z の初期応答曲線である。横軸は無次元時間 $\tau (=c_{11}t/h)$ を表しており、応答曲線は時間刻み $\Delta\tau=0.005$ として描いている。級数の項数は $n=1000$ とした。なお、コンクリート、鋼の縦波の速度 c_{11} 、 c_{21} は各々3344(m/sec)、6001(m/sec)である。図において応力が不連続的に変動している箇所は、応力波が到達したことを示している。例えば①点は载荷中央点で発生した縦波が着目点に最初に到達する応答($\tau=0.9$)であり、この応力波が到達するまでは応力は生じない。その後の小刻みな変動は下層内で反射を繰り返す応力波の到達を示している。②点の応答は、下層のみで16回反射した応力波($\tau=2.68$)と、上層のみで2回反射した応力波($\tau=2.70$)がごく接近して到達したため大きな引張応力が生じている。またコンクリート中に引張応力が生じている事が読み取れる。

図3, 4に中央断面の w 、 σ_r の長期応答曲線を示した。

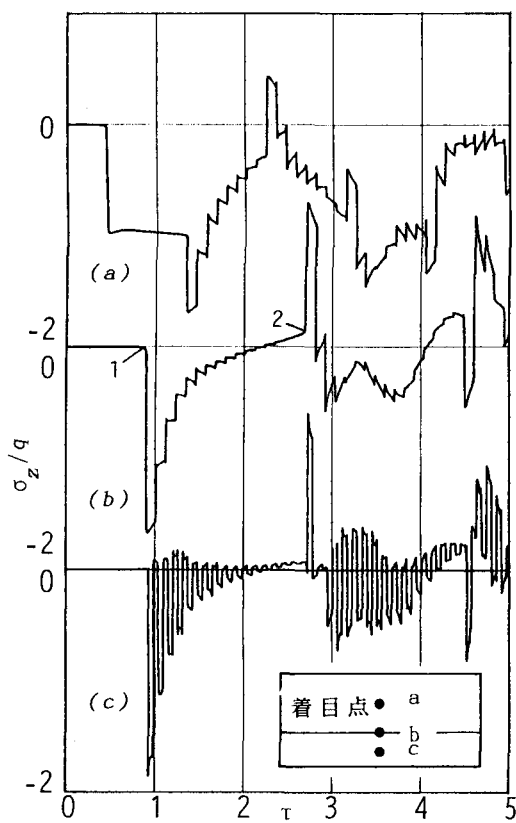


図2 中央断面における σ_z の初期応答曲線

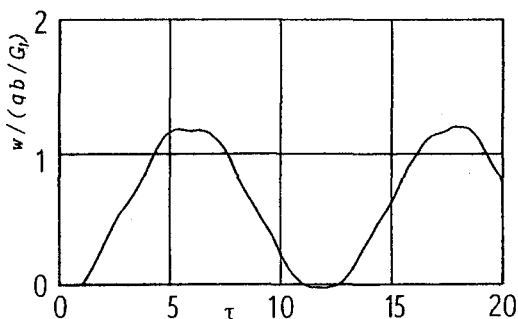


図3 接合面($r=0$)での w の長期応答曲線

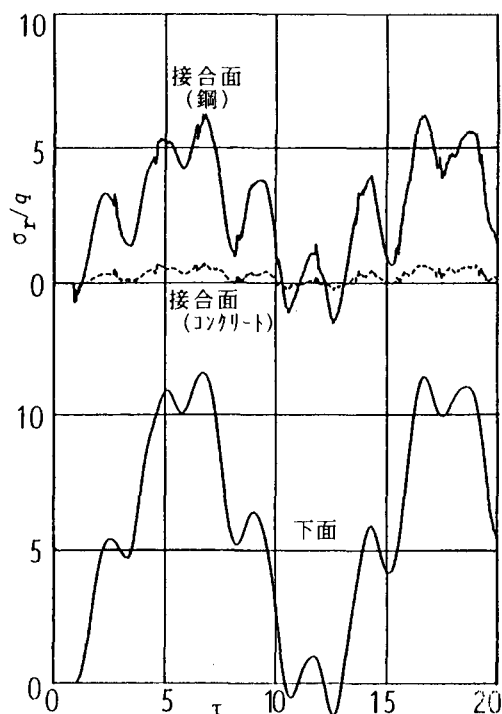


図4 中央断面における σ_r の長期応答曲線

4. 参考文献 [1]小林治俊, 園田恵一郎, 山本新, 中岡健一: 衝撃荷重を受ける厚円盤の応力波伝播解析, 第14回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, pp. 275-280, 1990. [2]Lee, Y. C and Reismann, H.: Dynamics of Rectangular Plates, Int. J. Engng. Sci., Vol. 7, pp. 93-113, 1969.