

既知波形を含む確率場のシミュレーション

京都大学大学院 ○学生員 盛川 仁
京都大学防災研究所 正員 亀田弘行

1. はじめに 都市全体の総合的な耐震力を向上させるための一つの方策として、地震動のモニタリングシステムを構築することの必要性が論じられている¹⁾。この場合、有限な投資のもとで一定水準の精度を持つ地震波動場を推定することが求められる。従ってセンサー間の波動場の推定とその精度評価が必要となる。本研究は、こうした精度評価を行う場合を想定した基礎理論として、ある地点で確定的に与えられた波形（今後、確定波という）を条件とする空間・時間の関数としての確率波をシミュレートする手法について議論する。

2. 理論解析のための前提条件 本研究の理論解析における前提条件を以下に列挙する。①定常正規過程を取り扱う。②確定波が与えられている点と波形を推定しようとする点の間の相互スペクトルが与えられている。③波形を推定しようとする点におけるパワースペクトルが与えられている。

3. 解析手法 最初に、N-1個の地点において確定波が与えられているとして、これを条件とする予測対象地点における振幅及び位相の条件付確率密度関数を求める。次にこの条件付確率密度関数から、確定波が与えられたという条件のもとで確率波をシミュレートする。この解析の流れを図1に示した。まず、①のようにN個の定常正規過程をフーリエ級数展開したとき、全てのフーリエ係数が正規分布に従う(②)ことを利用して、③の変数変換により⑤の調和成分の振幅と位相の同時確率密度関数を求める。この式より $\tilde{c}_{ik}, \tilde{\phi}_{ik}$ ($i=1, \dots, n-1$)が与えられたときの C_{nk}, Φ_{nk} (地点nにおける ω_k なる振動数を持つ調和成分の振幅と位相)の条件付同時確率密度関数(⑥)が得られ、 Φ_{nk} または C_{nk} で積分することにより、各々 C_{nk}, Φ_{nk} の条件付確率密度関数(⑦)が得られる。この最後の式を以下に示す。

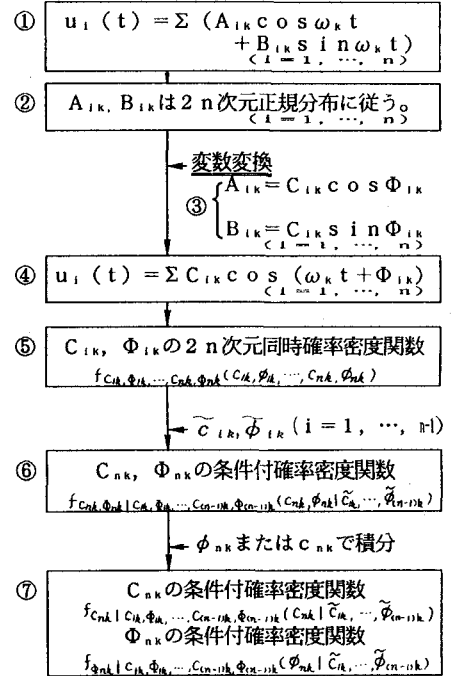


図1 解析の流れ

$$f_{C_{nk} | C_{1k}, \Phi_{1k}, \dots, C_{(n-1)k}, \Phi_{(n-1)k}}(c_{nk} | \tilde{c}_{1k}, \tilde{\phi}_{1k}, \dots, \tilde{c}_{(n-1)k}, \tilde{\phi}_{(n-1)k}) \\ = c_{nk} A_{k/2n-1} \cdot I_0(c_{nk} \sqrt{\tilde{P}_k^2 + \tilde{Q}_k^2}) \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(c_{nk}^2 A_{k/2n-1} + \frac{\tilde{P}_k^2 + \tilde{Q}_k^2}{A_{k/2n-1}} \right) \right] \quad (1)$$

$$f_{\Phi_{nk} | C_{1k}, \Phi_{1k}, \dots, C_{(n-1)k}, \Phi_{(n-1)k}}(\phi_{nk} | \tilde{c}_{1k}, \tilde{\phi}_{1k}, \dots, \tilde{c}_{(n-1)k}, \tilde{\phi}_{(n-1)k}) \\ = \frac{1}{2\pi} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\tilde{P}_k^2 + \tilde{Q}_k^2}{A_{k/2n-1}} \right] - \frac{\tilde{R}_k}{2\sqrt{2\pi} A_{k/2n-1}} \cdot \exp \left[\frac{1}{2} \frac{\tilde{R}_k^2 - (\tilde{P}_k^2 + \tilde{Q}_k^2)}{A_{k/2n-1}} \right] \cdot \operatorname{erfc} \left(\frac{\tilde{R}_k}{\sqrt{2} A_{k/2n-1}} \right) \quad (2)$$

ここで、

$I_0(\cdot)$: 第1種の0次変形ベッセル関数, $\operatorname{erfc}(\cdot)$: 余誤差関数($=1-\operatorname{erf}(\cdot)$, $\operatorname{erf}(\cdot)$: 誤差関数)

$$\tilde{P}_k = \sum_{i=1}^{N-1} \tilde{C}_{ik} \sqrt{2} \cos(\vartheta + \phi_{nk}), \quad \tilde{Q}_k = \sum_{i=1}^{N-1} \tilde{C}_{ik} \sqrt{2} \sin(\vartheta + \phi_{nk}), \quad \tilde{R}_k = \sum_{i=1}^{N-1} \tilde{C}_{ik} \sqrt{2} \sin(\vartheta)$$

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{A}_{k2i-1} \quad 2\pi \tau_{i-1}^2 + \mathbf{A}_{k2i-1} \quad \frac{2\pi}{2\pi}, \quad \vartheta = \phi_{ik} - \phi_{nk} + \theta_{ink}, \quad \mathbf{A}_k^{-1} = [\mathbf{A}_{kij}], \quad \mathbf{A}_k \text{ は } c_k, \phi_k \text{ の共分散行列}$$

である。これより、 $N-1$ 個の地点での確定波を条件とする第 n 地点の確率波をシミュレートできる。

4. 数値計算例 数値計算にあたって、全ての地点のパワースペクトルが同じであるとし、川上²⁾による相互スペクトルを用いた。確定波として狭帯域の波形を与え、式(1)、(2)に従ってシミュレートした波形を図2に示す。図中の T/T_p 軸は時間をパワースペクトルの卓越周期で除して無次元化した時間座標軸、 $x_0/(v \cdot T_p)$ 軸は距離を波の見かけの伝播速度と卓越周期の積で除して無次元化した空間座標軸である。前者は卓越周期の何倍だけ時間が経過したか、後者は卓越周期を持つ振動成分の波長の何倍の距離であるかを表している。

図2より確定波に近い地点でのシミュレーション波は確定波に似ているが、離れるにつれて確定波の影響が小さくなっている((a)図)。また2地点で確定波を与えた時、その間隔が離れていると((c)図)、2点間の中央付近ではどちらの確定波ともあまり相関が見られない。それに対して確定波の間隔が小さい場合((b)、(d)図)は、その間のシミュレーション波は確定波の影響を強く受けていることがわかる。

5. おわりに 本研究の手法による、条件付きのシミュレーション波形が通常考えられる状況をよく再現していることを数値計算によって確認した。しかし相互スペクトルを用いて確率波を時間のみの関数として扱っている本手法の場合、シミュレーション波同志の相関を表現することが難しい。また、推定波の振幅と位相(C_{nk} , ϕ_{nk})の間の相関を考慮していないという問題もある。今後はこれらを改善した上で最大値の確率分布や、いき値通過の問題を考えていく。

本手法では地震波動への応用を強く意識しているものの、現段階は確率論的な側面のみからの議論に留まっている。従って、ここで展開された理論を地震波動の問題として応用するためには、波動論的な側面をとり入れる必要がある。具体的には本論文では事前に与えられていると仮定しているパワースペクトルや相互スペクトルの取り扱いをどうするか、という問題である。これは今後の重要な研究課題の1つである。

参考文献 1) 亀田弘行:近代都市の耐震対策, 土木学会誌 別冊増刊, vol. 74-6, 1989. 6, pp. 26-29.

2) Kawakami, H. and Sato, Y.: "Effect of Distortion of Seismic Waves on Ground Strain," Proc. 9WCEE, Vol. II, Tokyo-Kyoto, 1988. 8, pp. 477-482.

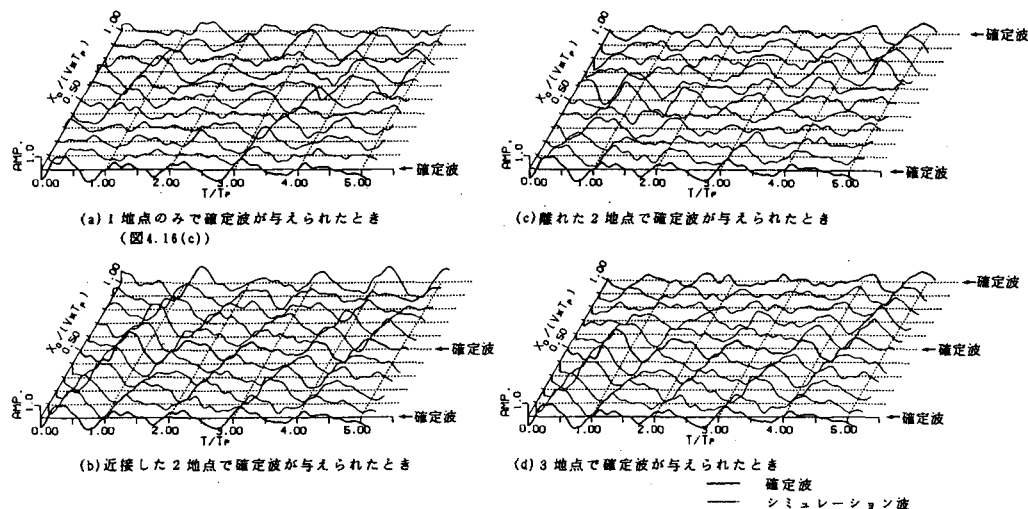


図2 複数地点で確定波が与えられたときの確率波のシミュレーション例