ツリー構造を用いたライフライン・ネットワークの震後復旧戦略に関する考察

京都大学大学院　学生員　○能島 暢呂
京都大学防災研究所　正　員　亀田 弘行

1．はじめに　ライフライン系の震後復旧過程は被災要素の復旧作業の進め方によって大きく左右されるため、有効な震後復旧戦略策定法の確立が望まれる。復旧過程は(1) 要素修理率、(2) 節点連結率、(3) サービス充足率などの指標の時系列的変化で表現される。また復旧過程の最適性の基準としては、(1) 復旧完了時間の最短化、(2) 未復旧率の累積値（平均復旧時間）の最小化などが挙げられる。これらの規定の仕方で最適戦略は変化するが、本研究では被害発生後に最優先するべき課題は節点連結性の早期回復であると考え、需要家全体での平均復旧時間の最短化をもって最適とする基準を採用する。この基準は、都市全域での需要家の不便の総和を最小化するという意味を持つことや、従来の震害復旧例からも妥当であると考えられる。

この基準のもとで最適復旧戦略を策定するために、被災した冗長ネットワークの中から、連結性を満足する必要最低限度のリンク群をツリー構造として抽出し、さらにHorn(1972) のアルゴリズムを適用して破壊リンクの復旧順序を決定する方法を示す。なお以下の用語と表記はグラフ理論に従うものとし、有向グラフで表現されるライフライン・ネットワークを対象とするが、無向グラフについてもほぼ同様の議論が可能である。

2．連結性早期回復のためのツリー構造　ライフライン・ネットワークのノード集合をV、リンク集合をEとし、グラフ構造を$G=(V,E)$ で表現する。さらに$v_1 \in V$を供給ノード、$\{v_i \mid i \neq 1, v_i \in V\}$ を需要ノードとする。ライフライン系は通常冗長ネットワークとなっているため、震後復旧の第一段階では破壊リンクのすべてを修理する必要はなく、Vを張る木$T \subset E$を取り出してリンク$e_j \in T$の中で破壊している要素を修理すればネットワークの連結性を回復することが可能である。つまり被災ネットワークの連結性回復は、ツリー構造のグラフ$G_T=(V,T)$ を完成することと形態的に同じ意味を持つ。ここで有向閉路を含まない冗長ネットワークの木の数は、各ノードv_iの負の線度をδ_i^-とすると$\prod_{\delta_i^- \geq 1} \delta_i^-$となることからわかるように、ツリー構造を決定するには膨大な数の木の中から１つの構造を選択する必要がある。本研究では全需要ノードを供給ノードに効率よく連結させることができるようなツリー構造決定法を３種類とりあげて比較を行う。ただし、破壊リンクe_jの修理に必要な時間t_jがすべて既知であると仮定する。

(1) 最小木 (Minimum Spanning Tree)$\cdots$ 連結性復旧完了までの時間$t_F=\sum_{e_j \in T} t_j$を最小にする木

(2) 最短距離木 (Shortest Path Tree)$\cdots$ v_1からv_iへのパスP_{1i}の時間距離$\sum_{e_j \in P_{1i}} t_j$をすべて最小にする木

(3) 近似的最適木$\cdots$ ランダムに木を生成し、それぞれの復旧を行った結果に基づいて再構成される木

なお最小木についてはPrim のアルゴリズムを有向グラフ用に改良したものを適用し、最短距離木についてはFloyd の方法を用いる。また(3) では実験計画法を応用した直交表（高桑(1978)）を用いることによって、あらゆる場合を網羅しかつ必要最小限度の木を効率よく選出する。

3．Horn のアルゴリズムを用いたツリーの最適復旧　ツリー構造を確定した後、木Tに含まれる破壊リンクの修理順序を決定する。復旧曲線上部の面積に相当する平均復旧時間は、需要家数を重みとする重みつき遅延時間和であるので、破壊リンクの最適復旧順序を求める問題は組合せ最適化問題の一つであるスケジューリング問題として定式化できる。有向木ではリンクが$e_i=(father(v_i), v_i)$ のようにノードと１対１に対応づけられる。いま需要ノードv_iの需要家数をh_i、リンクe_iの復旧に必要な時間をt_i、その復旧順位を$\sigma(i)$ とし、破壊リンクの修理を１つずつ進めると仮定すると、全需要家についての平均復旧時間t_Aは、$t_A=\sum_{v_i \in V} h_i \cdot \sum_{\sigma(k) \leq \sigma(i)} t_k / \sum_{v_i \in V} h_i$となる。この評価関数を最小化するリンク復旧順序が最適復旧戦略となる。ここで、順序づけのための指標として効率（復旧曲線の勾配）$e_i=h_i/t_i$の大小を基準とする方法（最大効率法）ではグラフの階層性のために最適解とはならない場合が多い。Horn はＯＲの組合せ最適化の分野において、この点を改良した効率e_i^*を定義して最適解を与えるアルゴリズムを提案している。図１のツリー型モデルに対して最大効率法とHorn の方法に従って復旧を進めた場合の復旧曲線を図２に示す。さらにt_jをランダムに与えて２５の被災パターンをつくり、復旧結果として平均復旧時間t_Aを比較したのが図３である。同一の被害パターンを対象とするペアについては記号を実線で結んである。Horn の方法に従えば最大効率法のt_Aを上回ることはなく、このことからアル

Nobuoto NOJIMA, Hiroyuki KAMEDA

ゴリズムの有効性が理解できる。なお図1は全リンクが破壊した場合であるが、木Tが無被害リンク($t_j=0$)を含む場合には、それらを短絡除去した縮約グラフを用いることとする。

4．モデルネットワークによる復旧過程の比較　　図4の被災ネットワークに対して最小木、最短距離木、および直交表を用いた16個のランダムな木を作成し、それぞれの木に対してHornのアルゴリズムを適用して復旧を行い、完全復旧時間t_Fおよび平均復旧時間t_Aを比較した結果を図5に示す。また16個のランダムな木の復旧結果を統計的に集計して新たに構成された近似的最適木の復旧結果も同図にプロットした。原点に近いほど有利であることを示すが、最小木と近似的最適木がきわめて良い結果を与えていることがわかる。同じネットワークに25の被害パターンを与え、最小木と最短距離木を用いて同様の比較を行ったのが図6である。ほとんどの場合において最小木の方が望ましい結果となるが、例外が2ケース認められる。さらに他の形態のネットワークで検討した結果、(1) 近似的最適木を用いると比較的安定して早期復旧できる傾向にあること、(2) 最小木は連結性復旧完了時間の最短化という本来の性質に加えて、平均復旧時間最短化のための簡便なツリー選定法であることが確認できた。また最小木にΔ変換を施すことによって、より有用なツリー構造を試行錯誤的に求めることも可能であると考えられる。

5．おわりに　　ネットワークの連結性が回復された後には、木に含まれなかった未修理要素の復旧が問題が残される。これについてはフロー特性を考慮して、機能的に重要な位置を占めるものを供給ノードに近い順に修理する、などの方法で対処できるものと考えている。

参考文献

Horn,W.A.(1972), Single-Machine Job Sequencing with Treelike Precedence Ordering and Linear Delay Penalties, Society for Industrial and Applied Mathematics [SIAM], Journal of Applied Mathematics, Vol.23, No.2, pp.189-202.

高桑哲男 (1978), 配水管網の解析と設計, 森北出版, pp.226-232.

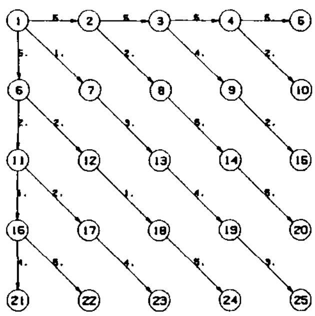

図1 ツリー型ネットワーク・モデル
(数字は復旧に必要な時間)

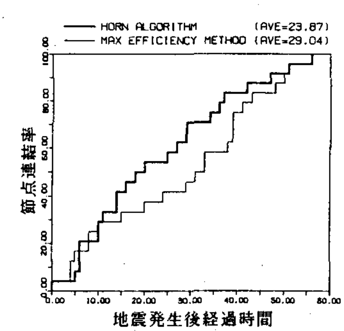

図2 Hornの方法と最大効率法を用いた復旧曲線の比較

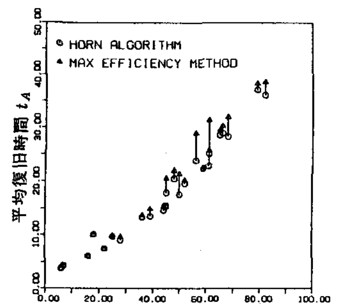

図3 Hornの方法と最大効率法を用いた平均復旧時間の比較（25ケース）

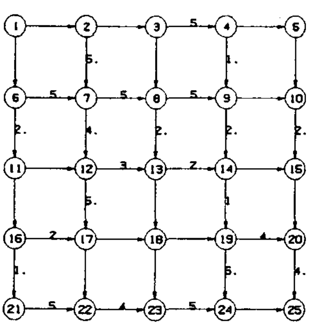

図4 非ツリー型ネットワーク・モデル
(数字は復旧に必要な時間)

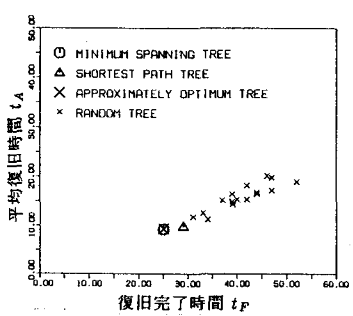

図5 最小木、最短距離木、ランダムな木、近似的最適木を用いた完全復旧時間と平均復旧時間の比較

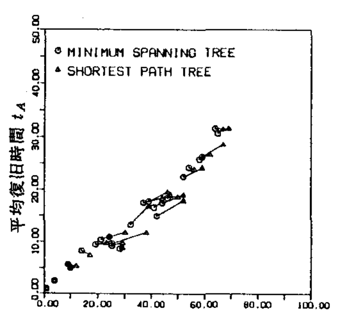

図6 最小木と最短距離木を用いた完全復旧時間と平均復旧時間の比較（25ケース）