

円周方向面内圧縮力を受ける円筒パネルの複合非線形解析のための近似理論

関西大学工学部 正会員 三上 市蔵
 駒井 鉄工 備 正会員 角 肇
 松尾 橋梁 備 正会員 ○木元 宏之

1. まえがき アーチ部材のフランジ、縦断面内で曲率を有する箱桁のフランジなどは面外に曲率を有しており、円筒パネルとみなすことができる。これらの円筒パネルは円周方向の面内荷重を受けるため、その挙動は非線形性が著しいと考えられる。また、これらの円筒パネルには初期不整が不可避免的に存在する。三上ら¹⁾は等方性円筒パネルについて種々の近似非線形理論をまとめ、数値解析によって非線形理論において非線形性に顕著な影響を与える非線形項を検討し、簡単で精度のよい近似理論を探った。しかし、幾何学的非線形性のみの研究にとどまり、材料の初期不整も考慮していない。そこで、本報告では初期たわみを有する円筒パネルの材料的非線形性をも考慮した複合非線形理論について同様の検討を行った。

2. 基礎方程式 円筒パネルは、図-1に示すような弧に沿った長さ a 、幅 b 、厚さ h 、中央面の曲率半径 R で、周辺単純支持され、両直線辺に一樣な円周方向強制変位により面内圧縮力 σ_y^m が作用する。円筒パネルは等方性、完全弾塑性材料より成り、平面応力状態にあるとする。座標軸を図-1のようにとり、断面力および変位の正方向を図-2のように定義する。基礎方程式は材料的非線形性を考慮するため増分形で表さなければならないが、その基本になる近似理論を、特に省略を施す中立面のひずみ-変位関係式とつりあい式について以下に示す。

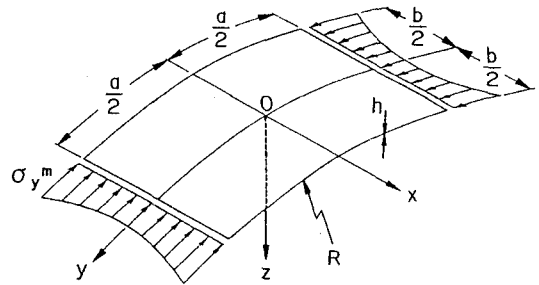


図-1

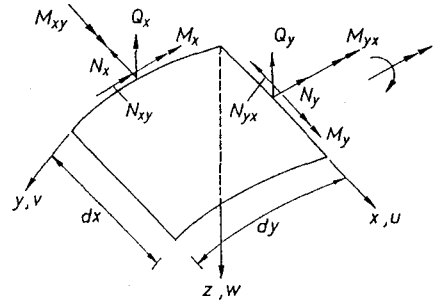


図-2

(1) 中立面のひずみ-変位関係式 次の3種を考える。

Case 0 : 線形関係

$$e_x = \varepsilon_x, \quad e_y = \varepsilon_y, \quad e_{xy} = \varepsilon_{xy} \quad (1a)$$

Case 1 : Kármán流簡易非線形関係

$$\left. \begin{aligned} e_x &= \varepsilon_x + \frac{1}{2} \phi_x^2 + \phi_x \phi_{0x} \\ e_y &= \varepsilon_y + \frac{1}{2} \phi_y^2 + \phi_y \phi_{0y} \\ e_{xy} &= \varepsilon_{xy} + \frac{1}{2} \{ \phi_x \phi_y + \phi_y \phi_{0x} + \phi_x \phi_{0y} \} \end{aligned} \right\} (1b)$$

Case 2 : 非線形関係

$$\left. \begin{aligned} e_x &= \varepsilon_x + \frac{1}{2} \{ \varepsilon_x^2 + (\varepsilon_{xy} + \phi)^2 + \phi_x^2 \} + \phi_x \phi_{0x} \\ e_y &= \varepsilon_y + \frac{1}{2} \{ \varepsilon_y^2 + (\varepsilon_{xy} - \phi)^2 + \phi_y^2 \} + \phi_y \phi_{0y} \\ e_{xy} &= \varepsilon_{xy} + \frac{1}{2} \{ \varepsilon_x (\varepsilon_{xy} - \phi) + \varepsilon_y (\varepsilon_{xy} + \phi) + \phi_x \phi_y + \phi_y \phi_{0x} + \phi_x \phi_{0y} \} \end{aligned} \right\} (1c)$$

ただし、 $\varepsilon_x = u_{,x}$, $\varepsilon_y = v_{,y} - w/R$, $\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} (u_{,y} + v_{,x})$, $\phi_x = w_{,x}$,

$$\phi_y = w_{,y} + v/R, \quad \phi = \frac{1}{2} (v_{,x} - u_{,y}), \quad \phi_{0x} = w_{0,x}, \quad \phi_{0y} = w_{0,y} \quad (2)$$

(2) 三角形 4 種の考える。

Case A: 非線形三角形

$$\left. \begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} + \{N_x \varepsilon_x + N_{xy} (\varepsilon_{xy} - \phi)\}_{,x} \\ + \{N_y (\varepsilon_{xy} - \phi) + N_{xy} \varepsilon_x\}_{,y} = 0 \\ N_{y,y} + N_{xy,x} - (M_{y,y} + 2M_{xy,x})/R + \{N_x (\varepsilon_{xy} + \phi) + N_{xy} \varepsilon_y\}_{,x} \\ + \{N_x (\varepsilon_{xy} + \phi) + N_{xy} \varepsilon_y\}_{,x} + \{N_y \varepsilon_y + N_{xy} (\varepsilon_{xy} + \phi)\}_{,y} \\ - \{N_y (\phi_y + \phi_{oy}) + N_{xy} (\phi_x + \phi_{ox})\}/R = 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + \{N_x (\phi_x + \phi_{ox}) + N_{xy} (\phi_y + \phi_{oy})\}_{,x} \\ + \{N_y (\phi_y + \phi_{oy}) + N_{xy} (\phi_x + \phi_{ox})\}_{,y} \\ + \{N_y \varepsilon_y + N_{xy} (\varepsilon_{xy} + \phi) + N_y\}/R = 0 \end{aligned} \right\} (3a)$$

Case B: Flügge 型三角形²⁾

$$\left. \begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} = 0 \\ N_{y,y} + N_{xy,x} - (M_{y,y} + 2M_{xy,x})/R = 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + N_x (\phi_x + \phi_{ox})_{,x} + N_{xy} (\phi_y + \phi_{oy})_{,x} \\ + N_{xy} (\phi_x + \phi_{ox})_{,y} + N_y (\phi_y + \phi_{oy})_{,y} + N_y/R = 0 \end{aligned} \right\} (3b)$$

Case C: Kármán 型三角形

$$\left. \begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} = 0 \\ N_{y,y} + N_{xy,x} = 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + N_x (\phi_x + \phi_{ox})_{,x} + N_{xy} (\phi_y + \phi_{oy})_{,x} \\ + N_{xy} (\phi_x + \phi_{ox})_{,y} + N_y (\phi_y + \phi_{oy})_{,y} + N_y/R = 0 \end{aligned} \right\} (3c)$$

Case D: 線形三角形

$$\left. \begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} = 0 \\ N_{y,y} + N_{xy,x} = 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + N_y/R = 0 \end{aligned} \right\} (3d)$$

3. 数値計算 数値計算は、降伏応力 $\sigma_y = 2400 \text{ kgf/cm}^2$ 、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、初期たわみ $w_0 = w_{\max} \cos(\pi x/b) \cos(\pi y/a)$ に対して行う。パラメータとして縦横比 $\alpha = a/b$ 、幅厚比 $\beta = b/h$ 、曲率パラメータ $Z = b^2/Rh$ 、たわみ $\bar{w} = w/h$ 、平均圧縮応力 $\bar{\sigma}_m = \sigma_m/\sigma_y$ 、円周方向面内変位 $\bar{v} = v/b$ を用いる。対称性により $1/4$ 領域を対象とし、差分法を用いた動的緩和法を用いて解析した。

平均圧縮応力-円周方向面内変位曲線を図-3 に示す。基本の非線形理論は、Case A 2 で、種々の近似理論のうち Kármán 流のひずみ-変位関係式 (1b) と Kármán 型三角形 (3c) とを用いた Case C 1 がほとんど正しい結果を与える最も簡単な近似理論となる。これは三上らの研究と同じ傾向である。

詳細な計算結果とその考察については講演会当日に述べる。

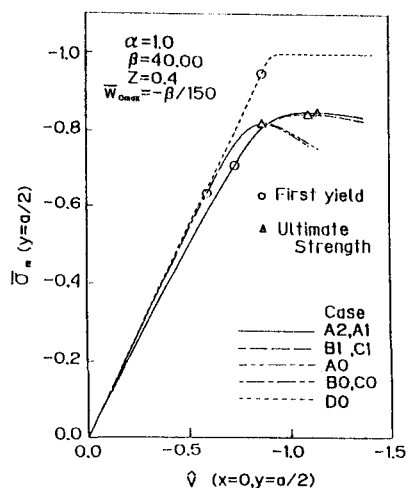


図-3

1) 三上・福富・角：円周方向面内荷重を受ける円筒パネルの非線形解析のための種々の理論，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，1989-7。

2) Flügge, W. : Stresses in Shells, 2nd ed., Springer-Verlag, 1973.