地域不均衡モデルの各種の推定法の比較

京都大学工学部　正員　吉川　和広
京都大学工学部　正員　奥村　誠
京都大学工学部　学生員　○　園田　稔康

1．はじめに　著者らはこれまで、成長と衰退が共存するような現象に着目し、地域経済における需要と供給のアンバランスに対応して産業・人口の立地が変化するという考え方に基づく地域不均衡モデルを提案してきた[2][3]。このモデルは次の４つの式より構成される。

ゾーンｊの業種ｋの需要量D_{kj}を立地要因を表わす変数ベクトルX_{kj}の関数、供給量S_{kj}を従業人口の関数として表現する。

$$D_{kj}=X_{kj}\alpha_k \tag{1}$$

$$S_{kj}=E_{kj}\beta_k \tag{2}$$

これらの差である需給の不均衡の正負に応じて立地量が増減すると考える。すなわち、

$$\Delta E_{kj}=\varepsilon_k(D_{kj}-S_{kj}) \tag{3}$$

なお、需要量D_{kj}と供給量S_{kj}は直接観測できないが、ゾーンｊにおける活動量Q_{kj}は需要と供給の小さい方に一致している。［ショートサイド原則］

$$Q_{kj}=\min(D_{kj},\ S_{kj}) \tag{4}$$

本稿では、このモデルのパラメータ推定方法を改善するとともに、複数の市場が介在する場合への拡張方法を示し、実データを用いて各種の推定法の有効性を比較する。

2．パラメータの推定方法　ショートサイド原則は以下のような問題を生じる。すなわち、観測された取引量は需要量か供給量のいずれか一方に属するのであるが、そのどちらであるかはわからない。しかも、需要と供給の一方は均衡の状態を除いて観測されない変数となる。したがって、市場が需要超過であるか供給超過であるか判断する情報をいかにして得るか、またその超過量をいかにして推測するかが課題となる。

著者らはこれまでに、地域不均衡モデルについて

（Ⅰ）不均衡を考慮しない推定方法（均衡法）
（Ⅱ）立地変化方向で局面を分離する方法（方向法）
（Ⅲ）立地変化量を用いた推定方法（定量法）
（Ⅳ）最尤法による推定方法－－需要関数と供給関数にのみ誤差項を考慮（最尤法Ⅰ）

の４つの推定方法を比較し、（Ⅳ）の方法により上述の問題を解決できることを示した。（参考文献2）

この最尤法Ⅰでは、需要関数と供給関数にのみ誤差項を考慮し、立地調整関数からは誤りなくサンプルを需要超過局面と供給超過局面に分離することができると仮定されていたが、立地調整関数（3)式自体に誤差項があると考える方が自然である。そこで、次式のような誤差項を考慮したモデルに対する最尤法（（Ⅴ）最尤法Ⅱ）を考える。

$$D=X\alpha+u \tag{1'}$$

$$S=E\beta+v \tag{2'}$$

$$\Delta E=\varepsilon(D-S)+w \tag{3'}$$

ここで、ｕ，ｖ，ｗはそれぞれ互いに独立な正規分布に従う誤差項である。

供給超過局面での取引量Ｑ、供給量ＳおよびΔＥの同時確率密度関数を$f(Q,S,\Delta E)$、供給超過局面である確率をπとすると、供給超過局面である条件のもとでの生起確率密度g_1は、

$$g_1(Q,\Delta E)=\int_Q^\infty f_1(Q,S,\Delta E)\,dS/\pi \tag{5}$$

同様に、需要超過局面である条件のもとでの生起確率密度g_2は、

$$g_2(Q,\Delta E)=\int_Q^\infty f_2(Q,D,\Delta E)\,dD/(1-\pi) \tag{6}$$

取引量Ｑは確率πで需要関数上にあり、確率（$1-\pi$）で供給関数上にあるので、観測された変数Ｑ，ΔＥの組合せが生起する確率は次式で表わされる。

$$\begin{aligned}h(Q,\Delta E)&=\pi g_1(Q,\Delta E)+(1-\pi)g_2(Q,\Delta E)\\&=\int_Q^\infty f_1(Q,S,\Delta E)dS+\int_Q^\infty f_2(Q,D,\Delta E)dD\end{aligned} \tag{7}$$

誤差項ｕ，ｖ，ｗはそれぞれ独立な正規分布に従うという仮定から、それぞれの同時確率密度関数は、

$$\begin{aligned}f_1(Q,S,\Delta E)=&N(X\alpha,\sigma_u^2)\cdot N(E\beta,\sigma_v^2)\\&\cdot N(\varepsilon(X\alpha-S),\varepsilon^2\sigma_u^2+\sigma_w^2)\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}f_2(Q,D,\Delta E)=&N(E\beta,\sigma_v^2)\cdot N(X\alpha,\sigma_u^2)\\&\cdot N(\varepsilon(D-E\beta),\varepsilon^2\sigma_v^2+\sigma_w^2)\end{aligned} \tag{9}$$

Kazuhiro YOSHIKAWA , Makoto OKUMURA , Toshiyasu SONODA

最大化すべき対数尤度関数は

$$\log L=\Sigma\ h\ (Q,\Delta E) \tag{10}$$

で表わされる。この式は非常に複雑であるため、各パラメータに初期値を与えた上で、準ニュートン法による収束計算で対数尤度関数を最大とするパラメータを求めることとする。

3. 推定結果と考察

滋賀県湖南地域を対象としてモデルの推定を行い、(Ⅰ)～(Ⅳ)と(Ⅴ)の方法との比較を行った。表1には住民を対象とする第3次産業の推定結果と立地量変化量ΔEの実績値との相関係数を示す。

(Ⅰ)(Ⅱ)ではα, βのt値や決定係数の値は大きいが、εのこれらは非常に小さい。これは、(Ⅰ)ではDとSとの差は同じデータQに対する誤差に過ぎないため、(Ⅱ)では分離されたサンプルの誤差項に切断バイアスが生じたためであると考えられる。

(Ⅲ)ではαが符号条件を満たしておらず、また、εの値は他の推定法と比べて極端に大きな値となっている。これは、重共線性の問題に起因するものと表われたためと考えられる。

(Ⅳ)(Ⅴ)ではパラメータの有意性の指標であるt値は求められないが、再現精度から判断して(Ⅰ)～(Ⅲ)より優れた推定方法と考えられる。また、立地調整関数に誤差項を考慮した(Ⅴ)の方が、再現精度が良くなっている。以上のことから(Ⅴ)が最も有効的な推定方法であるといえる。

4. 複数の市場が介在する場合の拡張

(1)～(4)式で表わされるモデルでは、産業の立地に影響を及ぼす要因として、商品・サービス市場のみを考慮しているが、実際の産業立地には労働市場や土地市場が影響を与えている。ここでは、労働市場の不均衡が影響を及ぼしている場合を取り上げる。

商品市場が需要超過であり立地拡大が有利な場合でも、労働市場が需要超過であると労働力を確保することができなくなり立地拡大の制約となる。そこで、(3)式を次式におきかえる。

$$\Delta E=\ \varepsilon\ (YD-YS)\ \left(\frac{LS}{LD}\right)^{\xi} \tag{11}$$

先の結果望ましかった最尤法を用いてこの拡張モデルの推定を行おうとすると、(Ⅳ)では局面分離確率を変更せねばならず複雑になる。しかし、(Ⅴ)最尤法Ⅱでは同時確率密度関数(8)(9)をそれぞれ次式のように書き換えることにより同じ手順でパラメータ推定を行うことができる。

$$f_1\,(Q,S,\Delta E)=N\ (X\alpha,\sigma_U{}^2)\cdot N\ (E\beta,\sigma_U{}^2)\cdot N\ \left(\varepsilon\ (X\alpha-S),\ \varepsilon^2\left(\frac{LS}{LD}\right)^{2\xi}\sigma_U{}^2+\sigma_W{}^2\right) \tag{12}$$

$$f_2\,(Q,D,\Delta E)=N\ (E\beta,\sigma_U{}^2)\cdot N\ (X\alpha,\sigma_U{}^2)\cdot N\ \left(\varepsilon\ (D-E\beta),\ \varepsilon^2\left(\frac{LS}{LD}\right)^{2\xi}\sigma_U{}^2+\sigma_W{}^2\right) \tag{13}$$

但し、労働供給超過の時には立地拡大に影響を与えないのでＬＳ／ＬＤ＝１とおく。最尤法Ⅱによる労働市場の影響を考慮したモデルの推定結果を表1に示す。ξの符号が正であること、再現精度が向上していることから労働需要超過が立地拡大の制約となっていることがわかる。

表1　　推定方法の比較　第3次産業（対住民）

推定方法	パラメータ 括弧内はt	決定係数　F値 対数尤度	ΔE実績値との相関
均衡法	$\alpha=0.7394$ (37.22) $\beta=12.906$ (86.19) $\varepsilon=0.0008412$ (0.827)	$r^2=0.9605$　F=1385 $r^2=0.9924$　F=7428 $r^2=0.0118$　F=0.683	0.17570
方向法	$\alpha=0.7020$ (9.67) $\beta=12.844$ (89.26) $\varepsilon=0.00005205$ (5.188)	$r^2=0.8168$　F=93.53 $r^2=0.9956$　F=7968 $r^2=0.3208$　F=26.90	0.00443
定量法	$\alpha=-0.006172$ (-0.123) $\beta=12.908$ (15.327) $\varepsilon=0.1071$ (1.619)	$r^2=0.9925$　F=2435	-0.85740
最尤法Ⅰ	$\alpha=0.8971$ $\beta=13.067$ $\varepsilon=0.004684$	対数尤度=-798.6	0.64072
最尤法Ⅱ	$\alpha=1.0361$ $\beta=13.890$ $\varepsilon=0.003155$	対数尤度=-611.0	0.73243
労働市場の影響を考慮したモデル	$\alpha=1.1966$ $\beta=13.677$ $\varepsilon=0.002748$ $\xi=0.12626$	対数尤度=-466.9	0.86641

参　考　文　献

1) 伊藤隆敏：不均衡の経済分析　理論と実証，東洋経済新報社，1985

2) 吉川和広、奥村誠、上野博史、藤村浩一：Wilson-Type の商業立地モデルの推定方法に関する研究，土木学会第43回年次学術講演会講演概要集，1988

3) 奥村誠、吉川和広、藤村浩一：不均衡活動立地モデルとその推定方法，土木学会第44回年次学術講演会講演概要集，1989