

弱面を有する地盤の剛塑性有限要素解析

京都大学工学部 田村 武

京都大学工学部 小林昭一

日 建 設 計 ○橋本一三

1. はじめに

地盤工学における問題の一つである支持力解析の手法として有限要素法を用いる。ここでは剛塑性構成式を用いて、一般性を持った $c-\phi$ 解析を行なうが、簡単のため地盤中の弱面は水平であると仮定する。

2. 基礎方程式

1) つりあい方程式

表面節点力 $\mathbf{f}$ については設定した荷重に係数 μ を掛けて μ がいくらのときに地盤が降伏するかを求めることとする。したがってつりあい方程式は

$$\int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \mu \mathbf{f} \quad (1)$$

となる。ここで、 $\mathbf{B}$ はいわゆる $\mathbf{B}$ マトリックスであり $\boldsymbol{\sigma}(\sigma_{ij})$ は応力を表わす。

応力-歪み速度関係

$$\sigma_{ij} = \frac{k - 3\alpha\lambda}{(3\alpha^2 + \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}} \frac{\dot{\epsilon}_{ij}}{\bar{\epsilon}} + \lambda \delta_{ij} \quad (\bar{\epsilon} = \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}}) \quad (2)$$

ここで k, α は Drucker-Prager の降伏条件における定数で、Mohr-Coulomb の降伏条件における材料定数 c (粘着力), ϕ (内部摩擦角) より求められる。また λ は不定力と呼ばれ 2) の体積歪み条件を考慮することによって求められる。そして $\dot{\epsilon}_{ij}$ は塑性歪み速度を、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタを表わしている。 $\dot{\epsilon}_{ij}$ が節点速度 $\dot{\mathbf{u}}$ によって表現できることを考慮するとつりあい方程式は、 $\dot{\mathbf{u}}, \lambda, \mu$ を未知量としていることがわかる。

2) 体積歪み条件 歪み速度の法線則より次式が導かれる。

$$\dot{\epsilon}_{kk} - \frac{3\alpha}{(3\alpha^2 + \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}} \bar{\epsilon} = 0 \quad (3)$$

この式の第二項は地盤のダイレイタンスの存在を意味している。 $\phi = 0$ 解析においては α の値は 0 となり、等体積条件となる。この式において未知量は $\dot{\mathbf{u}}$ である。

3) さらに節点速度の基準化を行う為に、例えば「外力仕事率が 1 である」と言う条件も考慮する。ここでは明らかに $\dot{\mathbf{u}}$ が未知量である。

$$\mathbf{f}^T \dot{\mathbf{u}} = 1 \quad (4)$$

上記の方程式は未知量の一部について非線形なので、Newton-Raphson 法を用いて逐次収束計算を行う。

3. 弱面のモデルと定式化

弱面のモデルとして図 1 のようなモデルを考える。弱面上の節点がすべっていないときは、付加的な未知量が節点間力 F_i, G_i となり、その代わりに上下の節点での水平、鉛直

Takeshi TAMURA, Syoichi KOBAYASHIA, Ichizo HASHIMOTO

速度が等しいという条件を加える。また弱面上の節点が互いにすべっているときについてはせん断抵抗が $c_i l_i + G_i \tan \phi_i$ となる為、付加的な未知量は G_i のみとなり、それに対する条件は上下の節点での速度が次の関係を満たすことである。

$$\dot{u}_{uyi} - \dot{u}_{lyi} = |\dot{u}_{uxi} - \dot{u}_{lxi}| \tan \phi_i \quad (5)$$

上記で c_i, ϕ_i, l_i はそれぞれ弱面上での粘着力、内部摩擦角、代表長さを表している。また $\dot{u}_{uxi}, \dot{u}_{lxi}$ は上下の節点での水平速度を、 $\dot{u}_{uyi}, \dot{u}_{lyi}$ はその鉛直速度を表す。(5)式は、 $\phi_i \neq 0$ のときにすべりを生じている節点間で開口しようとする速度成分を持つことを意味している。

4. 結果と考察

図2に解析の結果得られた速度場の一例を示す。下端は水平、鉛直方向ともに拘束し、左右端は水平方向のみを拘束する境界条件下での結果である。また図3には、材料定数の変化に伴う支持力の遞減の様子を示した。ここでは、弱面の存在しないときの支持力を μ_0 、それぞれの場合の支持力を μ としている。また地盤の粘着力、内部摩擦角をそれぞれ c_0, ϕ_0 としている。

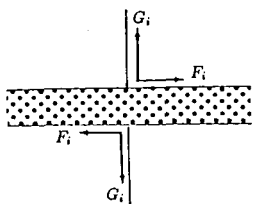


図1a

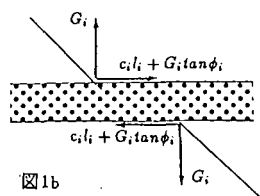


図1b

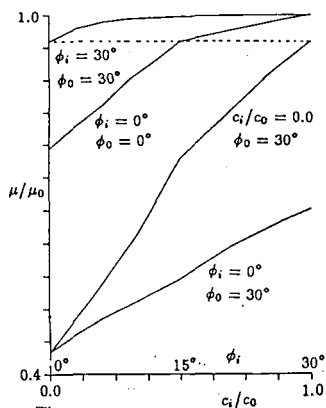


図3

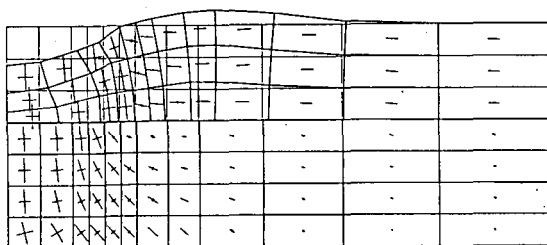


図2 a $c_i = 0.1$ $\phi_i = 0^\circ$ $c_0 = 1.0$ $\phi_0 = 0^\circ$ $\mu = 4.324$

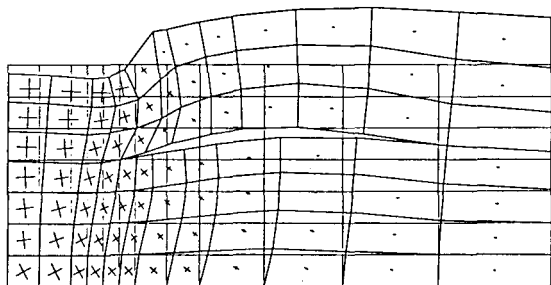


図2 b $c_i = 0.1$ $\phi_i = 30^\circ$ $c_0 = 1.0$ $\phi_0 = 30^\circ$ $\mu = 31.39$

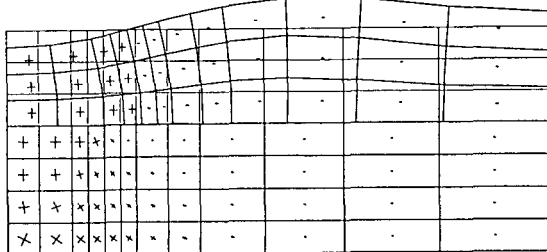


図2 c $c_i = 0.0$ $\phi_i = 10^\circ$ $c_0 = 1.0$ $\phi_0 = 30^\circ$ $\mu = 20.31$