

## 連続体的解析による流砂量式の提案

京都大学防災研究所 正 員 江頭 進治

京都大学防災研究所 正 員 芦田 和男

京都大学大学院 学生員 高濱淳一郎

京都大学大学院 学生員 〇田野中 新

1.はじめに 砂礫と水の混合物の流れを連続体と考え、流速分布、濃度分布

式、および流砂量式を提案する。さらに水路実験の結果と理論との比較を行った。

2.基礎式 いわゆる土石流は勾配を緩くしていくと上層に水の流れが現れる。

砂の層については江頭・芦田<sup>1)</sup>のエネルギー散逸に基づく構成則を用い、水の層についてはプラントルの運動量輸送理論を用いる。砂の層の運動方程式は次のようである。

$$0 = \rho_m g \sin \theta + \partial \tau / \partial z \quad (1) \quad 0 = \rho_m g \cos \theta + \partial p / \partial z \quad (2)$$

$$\rho_m = \rho \left\{ (\sigma / \rho - 1) c + 1 \right\}$$

図-1

江頭・芦田らの研究成果を適用すれば、上式より流速分布、濃度分布を規定する式は以下のように得られる。

$$d^2(\partial u / \partial z)^2 (f_f + f_g) = u_{*w}^2 + g \sin \theta \int_z^{h_s} \{ (\sigma / \rho - 1) c + 1 \} dz - \frac{\tan \phi}{1 + \alpha} g \cos \theta \int_z^{h_s} (\sigma / \rho - 1) c dz \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ c^{1/3} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\} = - \frac{1}{k_g e^2 \sigma d^2} \frac{\alpha}{1 + \alpha} \rho g \cos \theta (\sigma / \rho - 1) c \quad (4)$$

$$f_f = k_f \frac{(1 - c)^{5/3}}{c^{2/3}}, \quad f_g = k_g \frac{\sigma}{\rho} (1 - e^2) c^{1/3}$$

ここに、 $\sqrt{k_f} = 0.5$ ,  $k_g = 0.0828$   $d$ : 粒径、 $c$ : 体積濃度、 $g$ : 重力加速度、 $\sigma$ : 粒子密度、 $\rho$ : 水の密度、 $e$ : 反発係数、 $h_w$ : 水流層厚、 $h_s$ : 砂層厚、 $u_{*w}^2 = gh_w \sin \theta$ 、 $\phi$ : 粒子摩擦角、 $\alpha = 0.25$  である。

次に水流の層の運動方程式は砂層と同様に

$$0 = \rho g \sin \theta + \partial \tau / \partial z \quad (5)$$

$$0 = \rho g \cos \theta + \partial p / \partial z \quad (6)$$

であり、式(5)を  $\eta$  から  $h_w$  まで積分すれば、水面で  $\tau_{hw} = 0$  であるから

$$\tau(\eta) = \rho g \sin \theta (h_w - \eta) \quad (7)$$

$$\text{また、} \quad \tau(\eta) = \rho \ell^2 (du / d\eta)^2 \quad (8)$$

ここで  $\ell$  はプラントルの混合距離であって、水流の層と砂層の境界において混合を許しているから、境界での混合距離を  $\ell_0$  とし、 $\ell = \ell_0 + \kappa \eta$  と考えている。ここに、 $\ell_0 = \sqrt{k_f} \left( \frac{1 - c}{c} \right)^{1/3} d$ 、 $\kappa$ : カルマン定数である。これより水流層での流速分布は、 $\frac{du}{d\eta} = \frac{u_{*w}}{\ell + \kappa \eta} \sqrt{1 - \frac{\eta}{h_w}}$  で表される。

3.流砂量式 砂層の単位幅流砂量を  $q_b$  とすると

$$q_b = \int_0^{h_s} u(z) c(z) dz \quad (9)$$

と表される。 $u(z), c(z)$  は、式(3)、(4)の連立解として求められるが、ここでは、近似解として濃度分布の式を  $c(z) = c_s/2 = 0.3$  とした場合について考える。このとき砂層の流速分布は以下になる。

$$u'(z') = - \frac{2}{3B} \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \{ A + B(1 - z') \}^{3/2} \quad (10) \quad A = (h_s / d^2 g) u_{*w}^2, \quad B = -(h_s / d)^2 \beta \cos \theta \quad (11)$$

$$\beta = \frac{\tan \phi}{1 + \alpha} (\sigma / \rho - 1) c - \tan \theta \{ (\sigma / \rho - 1) c + 1 \} \quad (12)$$

ここに、 $z' = z/h_s$ ,  $u' = u/\sqrt{gh_s}$  である。

これより $q_b$ を計算して無次元流砂量の形にすれば次式が得られる。

$$\Phi = \frac{2}{15} \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\beta^{1/2}}{(\beta + \tan \theta)^{5/2}} (\sigma/\rho - 1)^2 c_* \tau_*^{5/2} \quad (13)$$

$$\tau_* = \frac{g h_t \sin \theta}{(\sigma/\rho - 1) g d}$$

これによれば無次元流砂量は無次元掃流力の  $5/2$  乗に比例することがわかる。図-2 は、式(13)と実験データとを比較したものである。なお、ここには示していないが、数値計算をして求めた厳密解は、近似解と有意な差がないことがわかっている。

次に全層厚に対する移動砂層厚の比  $h_s/h_t$  と勾配  $\theta$  の関係を調べる。式(10)、(11)において  $z' = 0$  で速度勾配をゼロとくと  $A + B = 0$  であるから、次の式が得られる。

$$h_s/h_t = \tan \theta / (\beta + \tan \theta) \quad (14)$$

図-3 には、近似解(式(14))、式(3)と(4)より得られる厳密解および実験データが示されている。近似解は流動砂層の濃度を一定としているので、 $\theta = 12^\circ$  程度で、 $h_s/h_t = 1$  となり、従来の土石流の下限勾配( $\theta = 14^\circ \sim 15^\circ$ )とみなされている勾配よりも緩い勾配で砂粒子が流れ全域に分散するものの、これと厳密解との有意な差はない。実験データは、砂層と水流の層との境界を精度よく読みとることが困難なため変動範囲もあわせて示されている。図示のように、勾配が大きくなるとともなって、 $h_s/h_t$  は増加しており、 $\theta = 11^\circ$  においてはすでに砂層が表面にまで達しているデータも見受けられる。ちなみにこれらのデータは、従来、水流の層の存在する掃流状集合流動と呼ばれている勾配以下のものである。

**4. 流速分布** 水路実験では2種類の砂( $d_{50} = 0.144\text{cm}, 0.368\text{cm}$ )を用いた。

図-4 に 代表的なケースの近似解、厳密解および実験データを示す。 $\sqrt{k_f}$  として 0.4 を用いたが、厳密解では比較のため 0.5 についても計算してある。図示のように、厳密解、近似解ともに実験値によく一致している。なお、ここには一例のみを示しているが、いくつかの計算例と実験値を比較すれば次のようなことが言える。すなわち、勾配の大きな領域では厳密解と実験値の対応はよく、近似解は若干小さめの流速を与え、勾配の小さな領域では、厳密解、近似解ともに実験値をよく表す。

**5. 終わりに** 今回の流砂実験では $\tau_*$ が 0.3~4 の範囲であり、この範囲では実験値はうまく表されていることが分かった。本理論の適用範囲を明確にするためには $\tau_*$ の小さい範囲での実験や、緩勾配における実験が必要である。特に、勾配の緩い流れにおける流砂量式も本理論において、 $k_f = 0$  とすれば十分に説明がつくことが分かっており、その物理的意味が解決できれば本理論の汎用性は高まると思われる。

**参考文献** 1) 江頭・芦田・矢島・高濱：土石流の構成則に関する研究、京大防災年報、32号B-2、1989

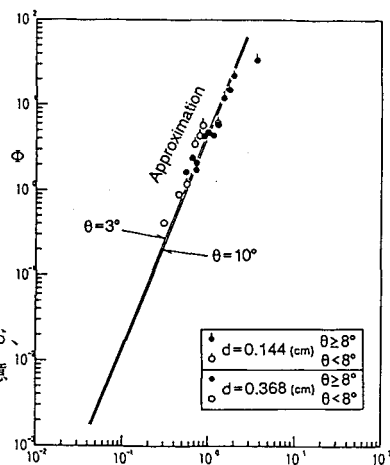


図-2

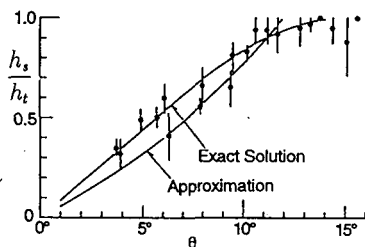


図-3

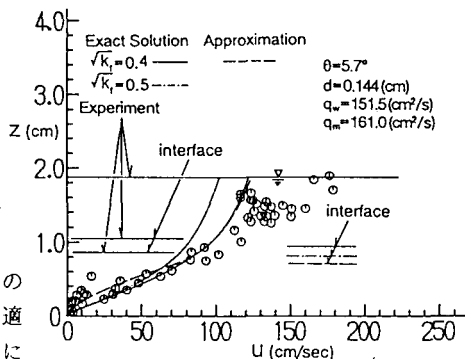


図-4