

河川流域のフラクタル次元に関する基礎的研究

京都大学工学部 正 員 高樺琢馬
 京都大学大学院 学生員 〇杉原宏章

岐阜大学工学部 正 員 宝 馨
 三重県 正 員 桑名是成

1. はじめに 筆者らはすでに国土数値情報(標高データファイル, 流路位置ファイル, 流域界・非集水界線位置ファイル)を用いて擬河道網を作成し, その擬河道網に基づいて水文地形解析を行うシステムを構築した¹⁾²⁾. ここでは, この擬河道網

を用いて, 従来煩雑であった河川のフラクタル次元を求める作業を自動化した. その算定結果を報告するとともにフラクタル次元と地形特性量との関連についても検討を加える.

2. 河川のフラクタル次元の算定方法
 河川のフラクタル次元を次の3つの手法により算定した³⁾.

【Ruler-Dividing(RD)法】

① 任意の長さ r の線分で主河道の分割を行う. ② 長さ r の線分の数 $N(r)$ をカウントする. ③ r の値を変化させながら横軸に r , 縦軸に $N(r)$ をとり両対数紙にプロットする. その回帰直線の傾きからフラクタル次元 D を求める.

【Box-Counting(BC)法】

① 擬河道網を含む平面を間隔 r の格子によって一辺が r の正方形(Box)に分割する. この場合 r は $250m \times i$ ($i=1, \dots, n$)とする. ② 擬河道網を含むBoxの数 $N(r)$ をカウントする. ③ r の値を変化させながら横軸に r , 縦軸に $N(r)$ をとり両対数紙にプロットする. その回帰直線の傾きからフラクタル次元 D を求める.

【測度の関係より求める方法】

① 任意の河川の流域面積 A および主河道長 L を自動算定する. ② 多数の流域について①の操作を行い, 横軸に A , 縦軸に L をとり両対数紙にプロットする. その回帰直線の傾きに2を乗じてフラクタル次元 D を求める.

Table 1 RD法による主河道のフラクタル次元

しきい値	安曇川	愛知川	日置川	日野川	桂川	古座川	大野川	重信川	天神川	野洲川
5	1.02	1.08	1.14	1.08	1.15	1.13	1.16	1.04	1.10	1.06
6	1.02	1.08	1.14	1.08	1.15	1.13	1.16	1.04	1.10	1.06
7	1.03	1.08	1.14	1.08	1.15	1.13	1.16	1.04	1.10	1.06
8	1.03	1.08	1.14	1.08	*1.15	1.13	*1.16	1.04	1.10	1.06
9	1.03	1.08	1.14	1.08	1.15	1.13	1.16	1.04	1.08	1.06
10	1.03	1.08	1.14	1.08	1.15	1.13	1.16	1.04	1.08	1.06
11	1.03	1.08	*1.14	1.07	1.15	1.13	1.16	1.04	1.07	1.08
12	1.03	1.08	1.14	1.07	1.15	1.13	1.16	1.04	1.07	1.08
13	*1.03	1.08	1.14	1.07	1.15	1.12	1.16	1.04	1.07	1.08
14	1.03	1.08	1.14	1.07	1.15	*1.12	1.16	1.04	1.07	1.08
15	1.03	1.08	1.14	1.07	1.15	1.12	1.15	*1.04	1.07	1.08
16	1.03	*1.08	1.14	1.07	1.15	1.12	1.15	1.04	1.10	1.08
17	1.03	1.08	1.14	*1.07	1.15	1.12	1.15	1.04	1.08	*1.08
18	1.05	1.08	1.14	1.07	1.15	1.12	1.15	1.04	1.09	1.08
19	1.02	1.08	1.14	1.07	1.15	1.12	1.15	1.04	1.09	1.08
20	1.02	1.08	1.14	1.07	1.14	1.12	1.15	1.04	1.09	1.08
21	1.02	1.08	1.14	1.07	1.14	1.12	1.15	1.04	1.09	1.08
22	1.01	1.08	1.14	1.08	1.15	1.12	1.15	1.04	*1.08	1.08
23	1.01	1.08	1.14	1.08	1.15	1.12	1.15	1.04	1.09	1.08
24	1.01	1.08	1.14	1.08	1.15	1.12	1.15	1.04	1.09	1.08
25	1.04	1.08	1.14	1.08	1.15	1.12	1.15	1.04	1.09	1.08
30	1.04	1.10	1.14	1.08	1.15	1.13	1.13	1.04	1.07	1.09
35	1.04	1.10	1.14	1.08	1.15	1.13	1.13	1.04	1.07	1.09
40	1.04	1.06	1.14	1.08	1.15	1.13	1.13	1.03	1.07	1.09
45	1.06	1.05	1.14	1.08	1.15	1.13	1.13	1.03	1.11	1.09
50	1.06	1.05	1.14	1.08	1.15	1.13	1.14	1.03	1.10	1.09

Table 2 BC法による河道網のフラクタル次元

しきい値	安曇川	愛知川	日置川	日野川	桂川	古座川	大野川	重信川	天神川	野洲川
5	1.54	1.39	1.49	1.59	1.57	1.46	1.48	1.55	1.46	1.50
6	1.52	1.37	1.46	1.57	1.55	1.43	1.45	1.53	1.45	1.48
7	1.49	1.35	1.44	1.55	1.53	1.41	1.42	1.51	1.42	1.46
8	1.47	1.32	1.43	1.53	*1.51	1.39	*1.40	1.49	1.39	1.44
9	1.46	1.30	1.41	1.51	1.49	1.37	1.37	1.47	1.38	1.43
10	1.45	1.29	1.40	1.49	1.48	1.36	1.36	1.45	1.36	1.41
11	1.43	1.27	*1.38	1.48	1.46	1.35	1.34	1.44	1.35	1.40
12	1.41	1.26	1.38	1.47	1.46	1.34	1.33	1.43	1.33	1.39
13	*1.40	1.25	1.37	1.46	1.44	1.33	1.32	1.41	1.32	1.38
14	1.39	1.25	1.36	1.45	1.43	*1.31	1.31	1.40	1.31	1.37
15	1.38	1.24	1.35	1.44	1.42	1.30	1.30	*1.38	1.30	1.36
16	1.38	*1.23	1.35	1.43	1.41	1.30	1.30	1.38	1.30	1.35
17	1.37	1.23	1.34	*1.42	1.41	1.29	1.29	1.37	1.29	*1.33
18	1.36	1.22	1.33	1.41	1.40	1.28	1.28	1.36	1.28	1.33
19	1.35	1.22	1.33	1.41	1.39	1.28	1.27	1.35	1.27	1.33
20	1.34	1.23	1.32	1.40	1.38	1.27	1.26	1.34	1.26	1.32
21	1.33	1.22	1.32	1.39	1.38	1.26	1.26	1.34	1.26	1.32
22	1.33	1.21	1.31	1.38	1.37	1.26	1.26	1.33	*1.28	1.32
23	1.31	1.21	1.30	1.38	1.36	1.26	1.25	1.32	1.25	1.31
24	1.31	1.20	1.30	1.37	1.35	1.25	1.24	1.31	1.25	1.31
25	1.30	1.20	1.30	1.37	1.35	1.25	1.24	1.31	1.24	1.31
30	1.28	1.17	1.27	1.34	1.32	1.23	1.22	1.29	1.21	1.29
35	1.26	1.15	1.26	1.32	1.30	1.21	1.20	1.27	1.19	1.28
40	1.24	1.14	1.25	1.29	1.29	1.19	1.18	1.26	1.18	1.26
45	1.22	1.12	1.25	1.27	1.27	1.18	1.17	1.24	1.17	1.24
50	1.21	1.12	1.24	1.26	1.26	1.19	1.16	1.23	1.17	1.21

* は位数1の河道数からみた最適なしきい値を設定した時の値

Takuma TAKASAO, Kaoru TAKARA, Hiroaki SUGIHARA, Yukinari KUWANA

3. フラクタル次元の算定結果

(1) RD法を主河道に適用した結果を Table 1 に示す。この表から次のようなことが言える。① 主河道のフラクタル次元Dは1.01から1.16の値をとった。この値は従来の検討結果^{4) 5)}とほぼ同様である。② 各河川について、しきい値5から50までの擬河道網に対してフラクタル次元Dを算定してみたが、Dの値はほとんど変化しない。このことは、しきい値が変化しても主河道長の変化は1.00km以下と小さいことに原因がある。③ 実河道を用い手作業によってRD法を実行した結果と、位数1の河道数から得た最適なしきい値を持つ擬河道におけるDの値との比較をFig. 1 に示す。両者はほぼ等しい値を示す。

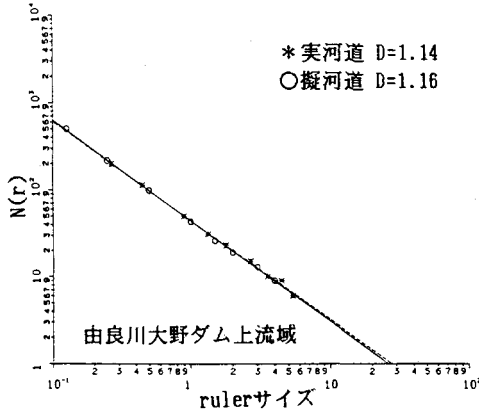


Fig.1 1/50000地形図および擬河道から算定したフラクタル次元

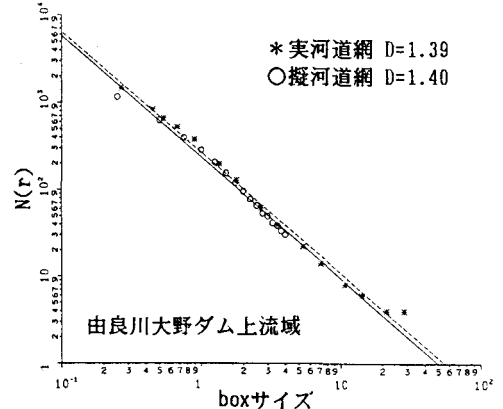


Fig.2 1/50000地形図および擬河道網から算定したフラクタル次元

(2) BC法を河道網に適用した結果を Table 2 に示す。これから次のようなことがわかる。① しきい値を5から50まで変化させたとき、フラクタル次元Dの値のとり範囲は1.12から1.59までであった。② 全ての河川においてしきい値が大きくなるにつれてDの値は小さくなる。このことは河道網はしきい値が小さいほど面的な広がりを見せ、しきい値が大きいくほど直線的であることを意味する。③ N_1 に対して最適なしきい値を持つ擬河道網に着目すると、Dはほとんどの河川において1.30から1.40くらいの値をとる。④ 実河道網を用いた手作業によるBC法の結果と、擬河道網を用いて位数1の河道数から得た最適なしきい値におけるDの値の比較をFig. 2 に示す。両者はほぼ等しい値を示す。⑤ Fig. 3は、横軸に各河川の流域面積をとり、縦軸にしきい値を変化させて得られるDの値をとった図である。

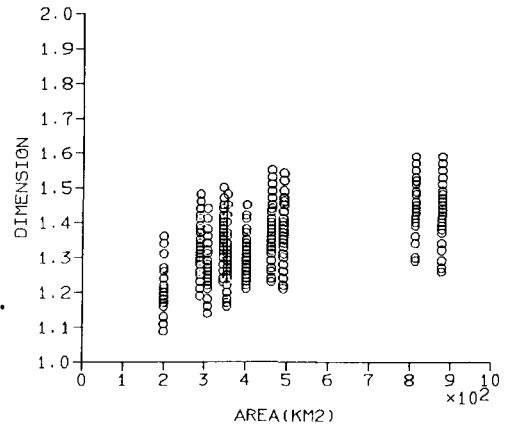


Fig.3 フラクタル次元と流域面積の関係

各河川のDの最大値最小値は、流域面積が大きいほど大きくなる傾向にある。落水線網にしきい値を設定して擬河道網を求める場合、流域面積の小さい流域の方が同一のしきい値に対して相対的に粗い擬河道網を与える。粗い河道網の方が小さなDを与えるのでこのような傾向となる。

(3) 測度の関係から求めたフラクタル次元をFig. 4 に示す。① Fig. 4 に示した3つの直線は、過去の研究で求められたものである^{6) 7)}。今回対象とした10流域はいずれもこれらの直線の近傍にある。② Fig. 4 に示される10点を用いて、フラクタル次元Dを求めた。X回帰では1.25、Y回帰では0.95となった。Hackの関係式から求められるフラクタル次元は、1.14 ($\approx 2 \times 0.568$) から1.20 ($\approx 2 \times 0.6$) 程度の値である。ここでは、調査流域が10河川と少ないため回帰直線によって求めた値をそのまま採用するのは無理があろう。

4. フラクタル次元と地形特性量との関係

ここで用いるフラクタル次元は、BC法により算定したものである。① まず、しきい値を変化させた場合の各特性量ごとのフラクタル次元の変化の様子を大野川を例にとってFig. 5に示す。今回調べた他の9流域とも共通な特徴であるが、 $N_1, N_2, E_n, D_n, LE, LI, SE, SI$ はしきい値の変化に対して単調に増減するが、 R_b, R_l, R_s はフラクタル次元との相関関係が見いだせない。

各流域に対する最適なしきい値から得られるフラクタル次元と諸特性量との関係をFig. 6に示す。② R_b, R_l, R_s との間にはほとんど相関関係が見られない。これは、これらの値がしきい値の大きさによって不連続

に変動することが一因である。③ E_n, D_n, LE, LI, SE, SI との間には若干の相関関係が見られるものの、対象流域が10流域と少ないこともあり、その関連性について明確な言及はできない。④ N_1 や N_2 の間にはか

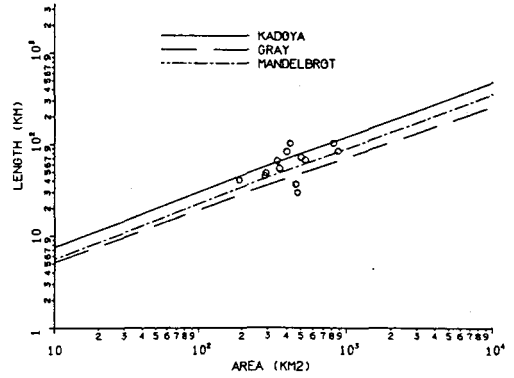


Fig.4 主河道長と流域面積の関係(Hackの関係式)から求めたフラクタル次元

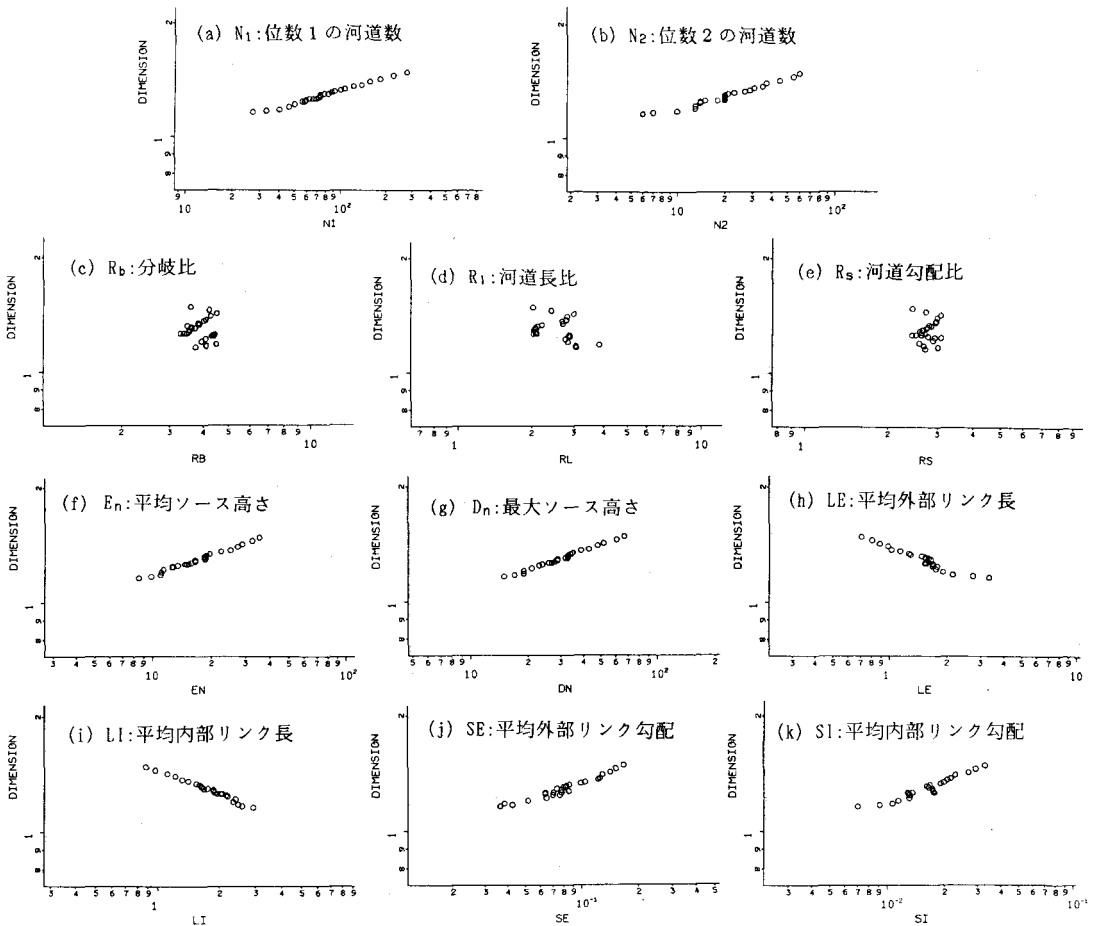


Fig.5 しきい値の変化にともなうフラクタル次元と地形特性量との関係
(由良川大野ダム上流域)

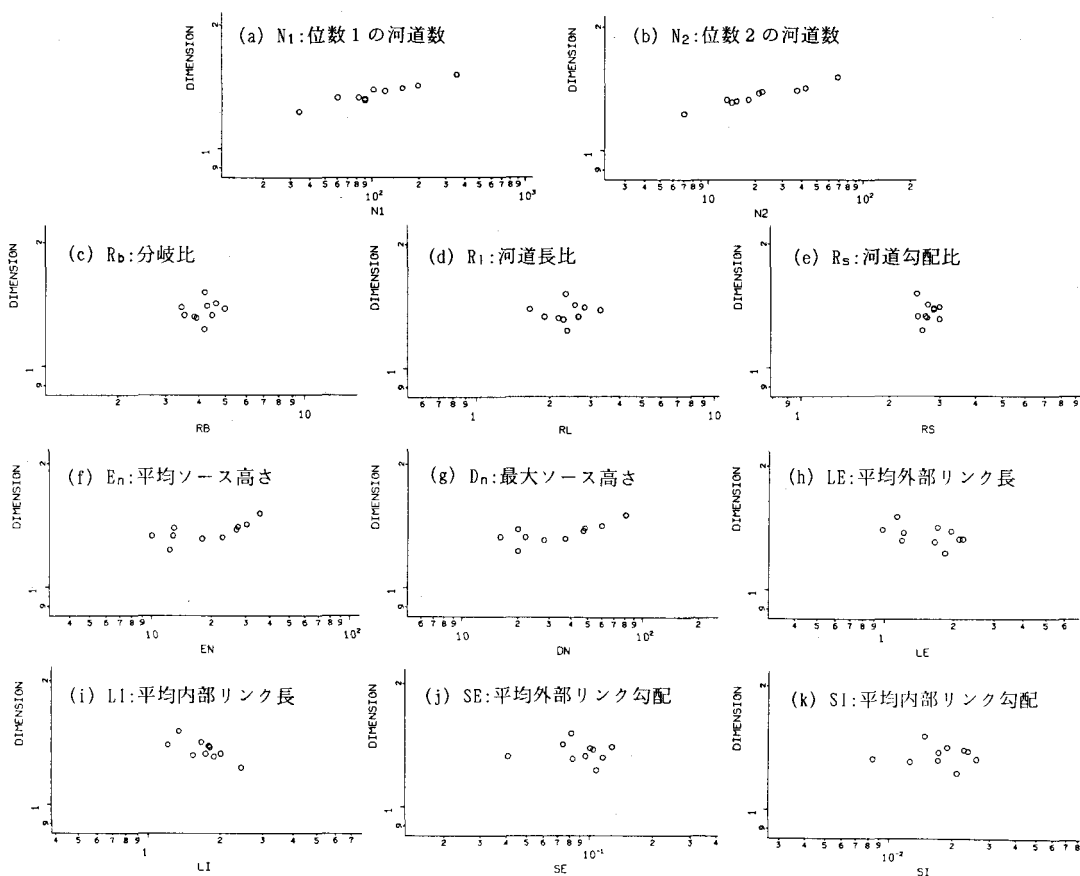


Fig.6 最適なしきい値から得られる擬河道網のフラクタル次元 (10流域) と地形特性量との関係

なり高い相関関係がありそうである。実際、位数1及び2の河道の数が多いということは、河道網が発達しているということであるから、 N_1 や N_2 が大きくなるとフラクタル次元は2に近づくことが予想される。

5. おわりに 擬河道を用いて河川のフラクタル次元を自動算定し、実河道を用いて手作業により求めた場合とほぼ同様の結果を得ることを確かめた。擬河道を用いることにより、煩雑なフラクタル次元算定の作業の簡略化が可能となる。RD法およびBC法を我が国の10流域に適用した結果、河川のフラクタル次元は、主河道については1.1程度、河道網については1.4程度であることが確認された。これらの手法の他に主河道については測度の関係から求める方法を試みたが、10点程度ではばらつきが大きく、この方法の場合さらに調査流域数を増やす必要がある。また、フラクタル次元と地形特性量との関連性を調べた。明確な関係を得るには至らなかったものの、いくつかの地形特性量に関しては何らかの関連性があるようである。

参考文献 1) 宝・高樟・溝淵・杉原: コンピュータを用いた水文地形解析序論, 京大防災年報, 第31号B-2, 1988, pp.325-340. 2) 高樟・宝・溝淵・杉原: 国土数値情報を用いた水文地形解析に関する基礎的研究, 京大防災年報, 第32号B-2, 1989, pp.435-454. 3) 高安秀樹: フラクタル, 朝倉書店, 1986. 4) 名古屋大学フラクタル研究会: 異次元の世界をさぐる. 5) 小川・和泉: 流域の都市化とフラクタル次元解析, 都土木技研年報, 1989, pp.157-165. 6) 高山茂美: 河川地形, 65-67, 1974. 7) D.G.Tarboton, R.L.Bras & I.Rodriguez-Iturbe: The Fractal Nature of River Networks, Water Resources Research, Vol.24, 1988, 1317-1322.