

水際線を有する高速流に関する一考察

京都大学工学部 正 員 岩佐義朗 京都大学工学部 正 員 細田 尚
 京都大学大学院 学生員 河村直明 京都大学大学院O学生員 米山 望

1. はじめに; 本研究は、水際線（水深がゼロになる位置）を有する高速流として、急勾配水路急拡部の流れを取り上げ、特性曲線法を用いた数値解析によって、その現象の再現を試みる。計算結果を従来の実験結果と比較・検討をし、その妥当性を検証する。

2. 基礎式; 定常状態における平面二次元流れの基礎式を用いる。
 図1に示す座標系を用いて次のように行列表示される。

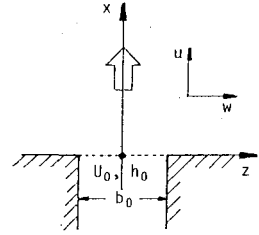


図1 座標系

$$A_1 \frac{\partial U}{\partial x} + A_2 \frac{\partial U}{\partial z} = B \quad (1)$$

上式において、 U, A_1, A_2, B は、次のように表せる。

$$U = \begin{bmatrix} h \\ u \\ w \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} u & h & 0 \\ g & u & 0 \\ 0 & 0 & u \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} w & 0 & h \\ 0 & w & 0 \\ g & 0 & w \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ g \sin \theta - \tau_{bx}/\rho h \\ -\tau_{bz}/\rho h \end{bmatrix}$$

ここに (u, w) ; 水深平均流速の (x, z) 成分、 h ; 水深、 (τ_{bx}, τ_{bz}) ; 水路床に作用する応力ベクトルの成分、 ρ ; 水の密度、 g ; 重力加速度、 θ ; 水路床勾配である。

(1)式の特性曲線 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ は、 $A_2^{-1} A_1$ の固有値であり次のようになる。 $(\lambda_1$ は流線を表す。)

$$\lambda_1; \frac{dz}{dx} = \frac{w}{u} \quad \lambda_2; \frac{dz}{dx} = \frac{uw + \sqrt{gh(u^2 + w^2 - gh)}}{u^2 - gh} \quad \lambda_3; \frac{dz}{dx} = \frac{uw - \sqrt{gh(u^2 + w^2 - gh)}}{u^2 - gh} \quad (2)$$

平面流れのFroude数 $(Fr = \sqrt{u^2 + w^2} / \sqrt{gh})$ が1より大きいことが高速流の定義となる。また、 λ_1 の左固有ベクトルを μ_i とし、(1)式に左から $\mu_i A_2^{-1}$ を乗ずれば、特性曲線上の関係式(3)が導かれる¹⁾。

$$\mu_i \left(\frac{\partial U}{\partial x} + A_1^{-1} A_2 \frac{\partial U}{\partial z} \right) = \mu_i \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \lambda_i \frac{\partial U}{\partial z} \right) = \mu_i A_1^{-1} B \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3)$$

3. 解の構成; 路床勾配、底面せん断応力を無視した場合の、特性曲線網の構成は次のようである。まず、 λ_1 上の関係式は、上流で流速、水深が一定の場合、全領域で $(u^2 + w^2) / 2g + h = H_0$ (H_0 ; 上流端での比エネルギー値) となる。よって、解は λ_2 と λ_3 の交点において定められる。 λ_2 と λ_3 によって解は、領域 I, II, III に分けられる(図2)。I は上流端の水位を保つ領域、II は点Bから放射線状に出る特性曲線上で水理量が一定となる領域、III は点Bから出た特性曲線が水路中心軸上で反射したものと点Bから出た特性曲線との交点で水理量の定まる領域である。このような特性曲線網の構成をもとに、数値解析が行われる。

4. 解析方法; 計算は、(3)式を離散化し上流から下流に向かって進められる。 $x = k \cdot \Delta x$ ($x = x_k$ とする) 上の格子点の水理量が既知のとき、 $x = x_{k+1}$ 上の未知の格子点Pと点Pを通る3本の特性曲線の $x = x_k$ 上の位置を Q_i ($i=1, 2, 3$) とすると、 U_P は、次式で求められる。(図3)

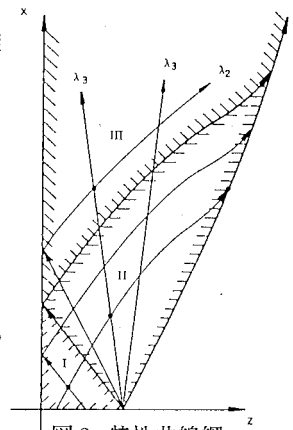


図2 特性曲線網

$$\lambda_i; (\mu_i)_{Q_i} \cdot \left(\frac{U_P - U_{Q_i}}{\Delta x} \right) = (\mu_i A_1^{-1} B)_{Q_i} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4)$$

Q_i の位置と水理量の値 U_{0i} は、線形補間によって定めた。

5. 境界条件； 計算領域の上流端で、一様な流速、水深が与えられる。水路中心線上では $w=0$ となり、 u, h が λ_1, λ_3 上の関係式から求められる。また水際線上では、水際線(λ_1)上の関係式と水際線で止まる λ_2 上の関係式で流速 u, w が求まる。このとき、底面せん断応力を無視する場合には、水際線上で $h=0$ とおき、Manning則を適用したときには、微小水深 h_0 を与えた。

6. 計算結果の考察；計算条件は、Rouse²⁾の実験に合わせてあり、表1に示したようである。路床勾配、底面せん断応力を無視したRun1における水深の三次元分布を図4に示した。次に、水深、流速の横断分布について、底面せん断応力を考慮した場合と無視した場合の計算結果を図5に示した。水深分布は水際線近傍以外では一致するが、流速分布は、水際線に近づくにつれて急激に減少し、エネルギーの変化が流速変化となって顕著に表れる。水深の横断分布についてRouseの実験と比較したのが図6であって、両者はほぼ一致している。

表1 計算条件

	Fr_0	$(b_0/2)/h_0$	$gn^2/h_0^{1/3}$	h_e/h_0
Run 1	2	—	—	—
Run 2-1	2	1	1.68×10^{-3}	0.1
2	2	2	2.11×10^{-3}	0.1
3	2	4	2.66×10^{-3}	0.1
Run 3	4	—	—	—
Run 4-1	4	1	1.68×10^{-3}	0.1
2	4	2	2.11×10^{-3}	0.1
3	4	4	2.66×10^{-3}	0.1

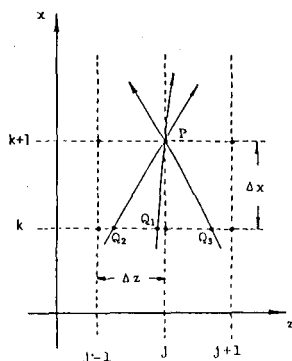
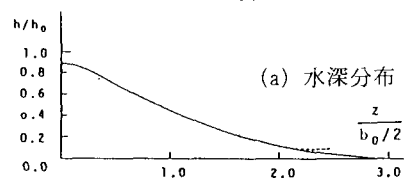
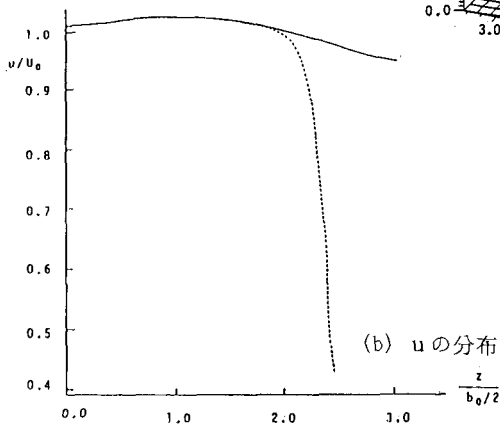


図3 離散化の方法



(a) 水深分布



(b) uの分布

図5 (a) (b) 底面せん断応力を考慮する場合(点線)としない場合(実線)の比較

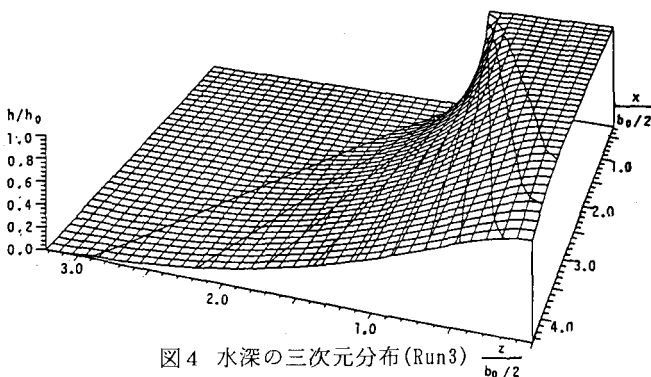


図4 水深の三次元分布(Run3)

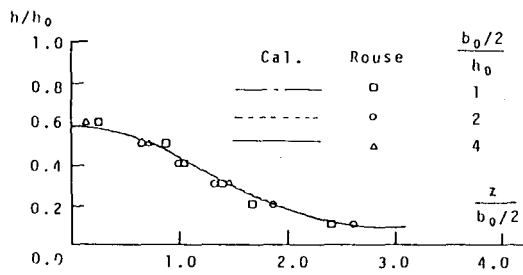


図6 Rouseの実験との比較(Run2)

参考文献 1)岩佐・細田；京大防災年報 第32号 B2, 1989, 2)Rouse, h et al; Tran. ASCE, 116, 1951.