

## 限界状態確率に基づく荷重組合せと荷重係数

大阪大学工学部 正会員 川谷充郎  
 総合技術コンサルタント 正会員 久保雅邦  
 京都大学工学部 正会員 古田 均

大阪大学大学院 学生員○高森博之  
 大阪大学工学部 学生員 星加益朗

1. まえがき 道路橋の設計においては、死荷重および活荷重以外にも、その荷重強度と発生頻度に独自の確率特性を持った風、温度、地震といったさまざまな荷重の作用を考えなくてはならない。限界状態設計法の導入にあたり、これらの荷重が同時に作用する場合の設計照査として考慮する荷重組合せと荷重係数の評価が必要とされている。本研究では、死荷重D、活荷重L、温度荷重T、地震荷重Eを代表的荷重として取り上げ、各々の荷重強度の確率分布ならびにそれらの荷重の同時発生確率を考慮して、限界状態における超過確率（限界状態確率）を求め、それを基に荷重組合せと荷重係数を評価する手法を示す。

2. 荷重係数決定法 基本的な考え方は限界状態確率図<sup>1)</sup>による。ある限界状態に対して目標とする限界状態確率を設定する。各構造物の限界状態確率を求め、目標限界状態確率まわりのばらつきを小さくすることで、各構造物に対して均一な信頼性が得られると考える。ここで上記の4種類の荷重を扱うと、設計照査に要求される荷重の組合せは表-1のようになる。これら総ての組合せを考慮すると最適化すべき荷重係数の数が非常に多くなる。しかし、ある限界状態を表す応力度に着目すれば、限界状態確率の卓越する荷重組合せがほぼ限定される<sup>2)</sup>。設計照査においては、この卓越する荷重組合せだけを考え、他の荷重組合せは考慮しなくとも安全性は大きく変わらないと考えられる。

そこで、荷重係数設計法の照査式を次のようにおく。

$$\begin{aligned} \text{code-1} \quad & \phi \sigma_a \geq \alpha_{D1} \gamma_{D1} D_n + \alpha_{L1} \gamma_{L1} L_n \\ \text{code-2} \quad & \phi \sigma_a \geq \alpha_{D2} \gamma_{D2} D_n + \alpha_{L2} \gamma_{L2} L_n + \alpha_{T2} \gamma_{T2} T_n \\ \text{code-3} \quad & \phi \sigma_y \geq \alpha_{D3} \gamma_{D3} D_n + \alpha_{E3} \gamma_{E3} E_n \\ \text{code-4} \quad & \phi \sigma_y \geq \alpha_{D4} \gamma_{D4} D_n + \alpha_{T4} \gamma_{T4} T_n + \alpha_{E4} \gamma_{E4} E_n \end{aligned}$$

ここで、 $\phi$ ：抵抗係数、 $\sigma$ ：照査応力度、 $\gamma$ ：荷重係数

$\alpha$ ：荷重から応力への変換係数

上記の基本的な考え方に基づき、照査式中の荷重係数を逐次変化させて限界状態確率を求め、次式の目的関数 $\Omega$ が最小となる荷重係数を最適な荷重係数とする。

$$\Omega = \sum_i \left( \frac{\log P_{im} - \log P_m^*}{\log P_m^*} \right)^2$$

ここで、 $P_{im}$ は構造物 i の限界状態確率、

$P_m^*$ は目標とする限界状態確率。

3. 解析モデル<sup>3)</sup> 対象とする構造物のモデルは、図-1

に示す阪神高速道路の代表的な構造物とし、橋軸方向に10種類、橋軸直角方向に12種類を考える。実働荷重のモデルは、実測データを基に作成されたものを用いた。死荷重は確定値として扱うが、他の荷重の強度分布としては、活荷重が極値Ⅰ型分布、温度荷重が正規分布、地震荷重が極値Ⅲ型分布によりモデル化を行っている。また、ここでは限

表-1 荷重組合せ

Load-1	D + L
Load-2	D + T
Load-3	D + E
Load-4	D + L + T
Load-5	D + T + E
Load-6	D + L + E
Load-7	D + L + T + E

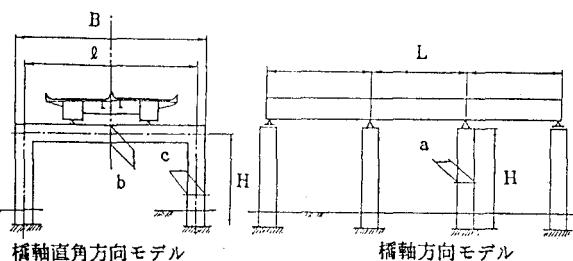


図-1 構造物の一般形状

表-2 目標限界状態確率と照査応力度

	Target $P_f$	Limit State(kg/cm <sup>2</sup> )
D + L	$0.5 \times 10^{-1}$	$\sigma_a = 2,100$
D + L + T	$0.5 \times 10^{-1}$	$\sigma_a = 2,100$
D + E	$0.5 \times 10^{-3}$	$\sigma_y = 3,600$
D + T + E	$0.5 \times 10^{-3}$	$\sigma_y = 3,600$

界状態を応力度で表し、阪神高速道路で使用実績の多い鋼材SM50Y の許容応力度  $\sigma_a$ 、降伏応力度  $\sigma_y$  に対して照査を行う。各荷重組合せに対する限界状態および目標限界状態確率を表-2のように設定する。

4. 数値計算例 荷重係数算定の基となる限界状態確率を、本来は確率密度関数の積分により求めるべきである。しかし、組み合わせる荷重の数が多くなると解析的にこの積分値を求ることは困難となる。

(1) モンテカルロシミュレーションによる方法 従来、限界状態確率を求めるのにモンテカルロシミュレーション法によっていた<sup>4)</sup>。具体的には、各荷重強度分布に従うような実働荷重サンプル 500個をモンテカルロ法により発生させ、それによる組合せ荷重効果の頻度分布を作成する。限界状態確率の算出には分布裾野の情報が大切であるので、上部20%の頻度分布に対して確率密度関数を当てはめ、それにより限界状態確率を求めていた。しかし、確率分布の異なるものの組合せにより得られる頻度分布を一つの確率分布で当てはめるため、その確率分布の種類によって限界状態確率が異なり、最適値として得られる荷重係数が異なる。当てはめに用いる確率分布に極値I型あるいは極値III型を用いた場合の荷重係数を表-3と表-4に掲げる。乱数の初期値を変えてそれぞれ15ケース行い、その平均値と標準偏差（括弧内）を示している。

(2) 数値積分による方法 今回、限界状態確率をより本来的な方法で求めるべく、数値積分法を用いた。数値積分法では、code-1~4 で示される限界状態における超過確率を、実働荷重強度の確率密度関数を直接積分もしくはたたみ込み積分することにより求める。表-5は数値積分法により求まった荷重係数である。

(3) 考察 両者の結果を比較すれば、次のようなことが分かる。モンテカルロ法を用いて荷重係数を算出する際、死荷重と組み合わせる荷重が一種類のときは、その組み合わせる荷重と同じ種類の確率分布で近似する方が、当然ながら確率特性をより正確に反映でき、求められる荷重係数が数値積分による値に近くなる（表-3のD+L、表-4のD+E）。しかし、死荷重と組み合わせる荷重が二種類以上になると、むしろ対象とする荷重の確率分布以外の

確率分布で当てはめを行った

方が良い結果を与えている

（表-3のD+T+E、表-4のD+L+T）。どの確率分布

で当てはめるべきかは、もとの確率分布の特性だけからは判断できず、十分な検討を要する。以上のことを考えれば、数値積分により限界状態確率を求める方法は各荷重の確率特性を的確に表現できること

から、荷重係数を評価するうえで有効であると思われる。

謝辞 本研究を行うにあたり、御指導頂いたPrinceton 大学 篠塚正宣教授に謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) Shinozuka,M., Proc. of IABSE Symposium, pp.65-69, Sept., 1986. Tokyo.
- 2) 川谷充郎・久保雅邦・古田均・北沢正彦・篠塚正宣：道路橋の信頼性設計における荷重組合せ解析、第9回設計における信頼性工学シンポジウム論文集、1989.11.
- 3) 阪神高速道路公団：限界状態設計法における荷重係数の算定方法に関する検討報告書、1988.3.
- 4) 北沢正彦・久保雅邦・明田修：鋼製ラーメンのための荷重係数の試算、土木学会第42回年次学術講演会講演概要集、I-143, 1987.9.

表-3 モンテカルロ法（極値I型で当てはめ）による荷重係数

Longitudinal model	Transverse model
1.05D + 1.10(0.026)L	1.05D + 1.06(0.039)L
1.05D + 1.07(0.044)L + 0.73(0.063)T	1.05D + 0.99(0.032)L + 0.82(0.043)T
1.05D + 1.93(0.246)E	1.05D + 2.02(0.215)E
1.05D + 0.37(0.123)T + 1.83(0.220)E	1.05D + 0.50(0.097)T + 1.89(0.184)E

表-4 モンテカルロ法（極値III型で当てはめ）による荷重係数

Longitudinal model	Transverse model
1.05D + 1.07(0.026)L	1.05D + 1.04(0.036)L
1.05D + 1.04(0.041)L + 0.80(0.041)T	1.05D + 0.99(0.041)L + 0.74(0.040)T
1.05D + 2.00(0.300)E	1.05D + 2.12(0.242)E
1.05D + 0.08(0.149)T + 1.87(0.257)E	1.05D + 0.24(0.120)T + 1.96(0.219)E

表-5 数値積分を用いた方法による荷重係数

Longitudinal model	Transverse model
1.05D + 1.11L	1.05D + 1.06L
1.05D + 1.06L + 0.78T	1.05D + 1.00L + 0.73T
1.05D + 2.18E	1.05D + 2.19E
1.05D + 0.38T + 2.03E	1.05D + 0.43T + 2.03E