

圧縮力の変化する直交異方性板の弾性座屈強度

関西大学工学部 正会員 米澤 博

関西大学工学部 正会員 堂垣正博

関西大学大学院 学生員○三代正信

1. まえがき 鋼箱型柱や鋼箱桁橋を構成する補剛板の圧縮座屈に関する研究はかなり多く、詳細に検討されている。¹⁾ところが、連続箱桁の中間支点近傍の圧縮フランジのように縦方向に圧縮力が変化する平板の座屈解析は極めて少なく、等方性板のLiboveら²⁾とProtte³⁾、直交異方性板のMikami⁴⁾らの研究があるにすぎない。ここでは、縦方向に変化する圧縮力が作用する補剛板を、両端で大きさの異なる圧縮力とそれにつり合うせん断力が側面に作用する組合せ荷重下の直交異方性板にモデル化し、差分法で弾性座屈解析し、座屈前の応力分布とその座屈強度を決定する。

2. 基礎式 図-1に示す周辺単純支持の長さ a 、幅 b の直交異方性板が $x=0$ と $x=a$ の端辺にそれぞれ大きさの異なる一様分布の圧縮力 N_0 と βN_0 、および $y=\pm b/2$ の側辺にそれにつり合う一様分布のせん断力を受けて弾性座屈する場合を解析する。

直交異方性板の座屈前の x 、 y 方向の力のつり合い式は

$$E_x u_{,xx} + E_{xy} u_{,yy} + (E_1 + E_{xy}) v_{,xy} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$E_{xy} v_{,xx} + E_y v_{,yy} + (E_1 + E_{xy}) u_{,xy} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

で与えられる。ここに、 u と v は x および y 方向の面内変位、

E_x 、 E_y 、 E_{xy} はそれぞれ x および y 方向の伸び剛さとせん断剛さである。また、 $E_1 = \nu_{mx} E_y = \nu_{my} E_x$ で、 ν_{mx} 、 ν_{my}

はそれぞれ伸びに関する x および y 方向のポアソン比である。

なお、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

面内の変形に関する境界条件は以下のものである。すなわち、直交異方性板の両端には大きさの異なる圧縮力と三角形分布のせん断力が作用するものとすれば

$$x=0, a : E_x u_{,x} + E_1 v_{,y} = -\{1 - (1-\beta)x/a\} N_0, \quad E_{xy}(u_{,y} + v_{,x}) = -y(1-\beta)N_0/a \quad \dots\dots\dots (3)$$

を得る。また、側辺には両端に作用する大きさの異なる圧縮力とつり合う一様分布のせん断力が作用し、垂直方向の膜力が生じないものとすれば

$$y = \pm b/2 : E_1 u_{,x} + E_y v_{,y} = 0, \quad E_{xy}(u_{,y} + v_{,x}) = \pm b(1-\beta)N_0/2a, \quad (\text{複号同順}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

を得る。ここに、 β は両端での圧縮力の比 $\beta = N_1/N_0$ である (ただし、 $N_0 \geq N_1$)。

上述の平面応力解析から求められる膜力のもとで直交異方性板が座屈する場合、座屈時のつり合い式は

$$D_x w_{,xxxx} + 2(D_1 + 2D_{xy}) w_{,xxyy} + D_y w_{,yyyy} = N_x w_{,xx} + N_y w_{,yy} + 2N_{xy} w_{,xy} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここに、 w はたわみ、 D_x 、 D_y 、 D_{xy} はそれぞれ x および y 方向の曲げ剛さとねじり剛さ、 $D_1 = \nu_{bx} D_y = \nu_{by} D_x$ で、 ν_{bx} 、 ν_{by} はそれぞれ曲げに関する x および y 方向のポアソン比である。 N_x 、 N_y 、 N_{xy} はそれぞれ x および y 方向の膜力と膜せん断力である。

直交異方性板が周辺で単純支持されているものとすれば

$$x=0, a : w = 0, \quad w_{,xx} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$y = \pm b/2 : w = 0, \quad w_{,yy} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

以上、座屈前および座屈時のつり合い式と境界条件式に差分法を適用し、縦横比 a/b 、左右辺に作用する圧縮力の比 β 、曲げ剛比 D_x/D_y に対する直交異方性板の応力分布と弾性座屈強度を明らかにする。作用力や

Hiroshi YONEZAWA, Masahiro DOGAKI, and Masanobu MISHIRO

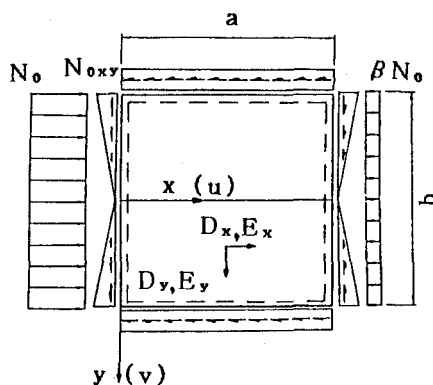


図-1

板の形状が y 軸に関して対称なため、半パネルの板を解析し、 $y=0$ の中央断面で $u(x, -y)=u(x, y)$, $v(x, -y)=-v(x, y)$ の条件と、対称座屈の場合には $w(x, -y)=w(x, y)$, 逆対称座屈の場合には $w(x, -y)=-w(x, y)$ の条件を用いる。

3. 数値計算結果 一様圧縮の等方性板と直交異方性板の弾性座屈に対して差分法の精度を検討した。種々の差分分割数と座屈係数の関係を調べたが、単精度計算では分割数の増加とともに誤差が大きくなり、精度が著しく悪化した。倍精度計算した結果、 x および y 方向にともに10分割すれば、1%以内の誤差で解の求められることが分かったが、縦方向に圧縮力の変化する場合にも良い精度の解が得られるように、板を x および y 方向に20分割する。

等方性板に対し、左右端に作用する圧縮力の比と弾性座屈係数 $k_{cr}=N_{ocr}/N_e$ (N_{ocr} は $x=0$ 端の座屈時の圧縮力、 N_e は基本座屈荷重で $N_e=\pi^2 D_y/b^2$) の関係は図-2となる。図中、エネルギー法による Libove らの近似解²⁾を破線で示す。図から明らかなように、縦横比や圧縮比に関係なく、より厳密に解析された本法の結果は応力分布と座屈時のたわみを仮定した Libove らの近似解より低めの値を示す。特に、左右の圧縮力が異なるほど両者の違いが顕著である。

$D_x/D_y=100$ の直交異方性板の場合、圧縮比 $\beta=0, 0.5, 1$ に対する弾性座屈曲線を図-3に示す。いずれの場合も縦横比の増加とともに座屈係数は減少し、一定の値に近づくようになる。 $a/b \leq 2$ の範囲では圧縮比による座屈係数の差が大きい。特に、 $a/b \leq 1$ では β が小さくなれば、 k_{cr} はかなり増加する。 $a/b \geq 2$ になれば、 β による k_{cr} の差は少ない。

$a/b=0.5, 1, 2$ の場合、 k_{cr} と β の関係は図-4となる。 a/b が0.5の場合、 k_{cr} は β の影響をかなり受けている。 β が0.2から1の範囲で k_{cr} は β とともにかなり減少する。しかし、 β が0から0.2の範囲では座屈係数はほとんど変わらない。一方、 a/b が1, 2と大きくなるに従って、 k_{cr} は β の影響をさほど受けなくなり、純圧縮の座屈係数にほぼ一致するようになる。これは $\beta < 1$ であっても、縦横比が増大すれば、左右辺で異なる圧縮力の差として求められる側辺のせん断力そのものが小さくなり、 $\beta=1$ の応力分布とあまり変わらないからであろう。

他の計算結果については講演会当日発表する。

参考文献 1)土木学会編：座屈設計ガイドライン，1987-10. 2)Libove, C., Ferdman, S. and Reusch, J. J.: NAC A Tech. Note 1891, 1949. 3)Protte, W.: Stahlbau, Ht. 10, S.318-319, 1972. 4)Mikami, I.: Proc. of ASCE, Vol. 109, No. ST1, pp.257-261, Jan., 1983.

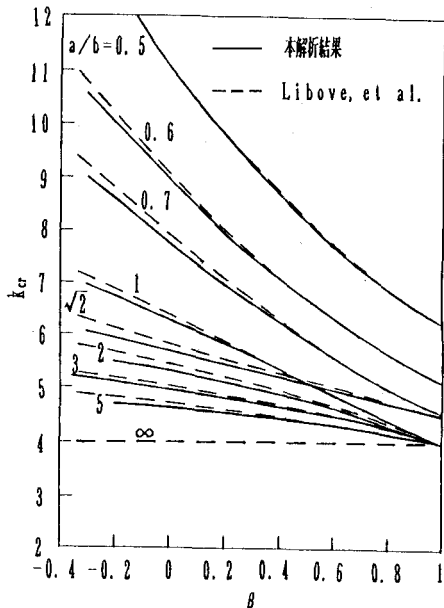


図-2

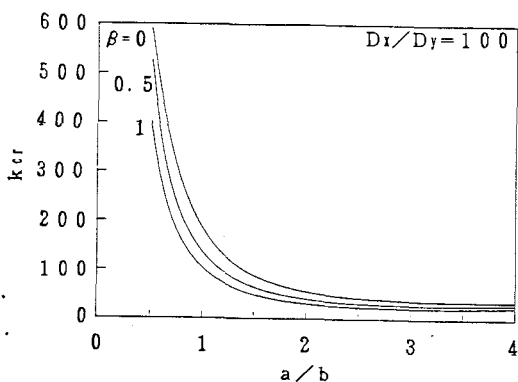


図-3

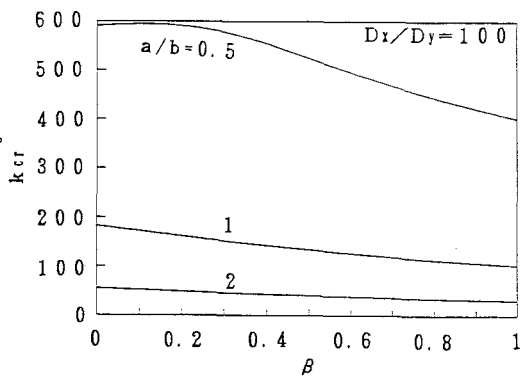


図-4