

変断面 I 型柱の終局強度解析

関西大学工学部 正会員 米澤 博 関西大学工学部 正会員 堂垣正博
 関西大学大学院 学生員 泉谷 努 関西大学大学院 学生員 〇新田 勸
 銭 高 組 応治義人

1. まえがき 鋼構造部材として用いられるはり一柱には水平や鉛直方向の初期たわみ、初期ねじりあるいは残留応力などの初期不整が含まれる。これらの不整を考慮した部材の幾何学的・材料的非線形解析から部材の変形状や終局強度を明らかにしようとする理論的研究はすでになされている。¹⁾ その多くは部材軸方向に断面形状が一樣な場合で、フランジや腹板の幅が変化するような変断面部材の研究は比較的少ない。変断面構造として種々の断面変化が考えられるが、ここでは腹板高が部材軸に沿って直線的に変化するテーパ付き I 型柱の圧縮強度を明らかにする。z 方向 (図-1) の初期たわみと残留応力を考慮し、二次の非線形項を含む変断面柱の弾塑性有限変位解析を差分法によって行う。離散化された連立の非線形つり合い式と境界条件式を増分法と修正 Newton-Raphson 法を組み合わせた混合法で解く。広範なパラメトリック解析を実施し、左右端での腹板高の比や初期不整がテーパ付き I 型柱の非線形挙動と終局強度に及ぼす影響を調べる。

2. 基礎式 図-1 に示す長さ ℓ 、フランジの幅と厚さがそれぞれ b_f 、 t_f で、板厚 t_w の腹板高が左端から右端へ b_0 から b_1 ($b_0 > b_1$) と直線的に変化するテーパ付き I 型柱に圧縮力が作用する場合の複合非線形挙動を明らかにする。

本解析では以下の仮定を設ける。①部材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化は考えない。②フランジおよび腹板の局部座屈は柱の全体座屈が生じるまで起こらないものとする。③柱はその横断面寸法に比べ、十分に長いものとし、せん断変形による付加変位は無視する。④塑性化に伴うせん断中心の移動は考えない。⑤板は十分に薄いものとする。

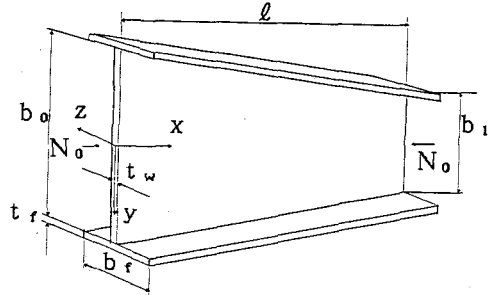


図-1

圧縮力を受けるテーパ付き I 型柱がその弱軸まわりに横座屈する場合、初期たわみを考慮した弾塑性有限変位場における変断面部材のつり合い方程式を Lin あるいは Massonnet の弾塑性理論に従って誘導すれば

$$EA(u_{,xx} + w_{,x}w_{,xx} - w_{0,x}w_{0,xx}) + EA_x(u_{,x} + \frac{1}{2}w_{,x}w_{,x} - \frac{1}{2}w_{0,x}w_{0,x}) - N_x p_{,x} = 0 \quad \dots\dots (1)$$

$$EI_y(\bar{w}_{,xxxx} - w_{0,xxxx}) + 2EI_{y,x}(\bar{w}_{,xxx} - w_{0,xxx}) + EI_{y,xx}(\bar{w}_{,xx} - w_{0,xx}) - (N_x^e - N_x^p)\bar{w}_{,xx} + M_y p_{,xx} = 0 \quad \dots\dots (2)$$

が得られる。ここに、 u は部材軸方向の変位である。 $\bar{w}$ は z 方向のたわみで、初期たわみ w_0 と荷重によるたわみ w の和で与えられる。 N_x 、 M_y はそれぞれ軸力と y 軸まわりの曲げモーメントである。断面力に付けられる上添字 e と p はそれぞれ弾塑性状態の I 型柱を全断面弾性として求められる断面力と、弾塑性域での真の断面力を求めるために弾性の断面力を修正する仮想的な断面力を表す。仮想断面力は、全断面弾性の仮定から計算される弾性応力を von Mises の等価応力式に代入し、それが降伏点応力 σ_y を超える場合、その超過量を断面全体にわたって数値積分することによって求められる。また、 A は部材の断面積、 I_y は y 軸まわりの断面二次モーメント、 E はヤング率である。ただし、コンマに続く下添字はそれに関する微分を表し、例えば $u_{,x} = du/dx$ である。

圧縮力が作用するテーパ付き I 型柱は両端で単純支持されるとともに、そり拘束されないものとする。Hiroshi YONEZAWA, Masahiro DOGAKI, Tutomu IZUTANI, Susumu NITTA, and Yoshihito OJI

$$EA(u_{,x} + \frac{1}{2} w_{,x} w_{,x} - \frac{1}{2} w_{0,x} w_{0,x}) - N_x P = -N_0, \quad w - w_0 = 0, \quad EI_y (w_{,xx} - w_{0,xx}) + M_y P = 0 \dots (3)$$

を得る。ここに、 N_0 は左右端に作用する圧縮力である。

連立の非線形つり合い方程式と境界条件式に差分法を適用し、得られた非線形の多元連立代数方程式を増分法と修正Newton-Raphson法を組み合わせた混合法で解く。なお、できるだけ少ない反復回数で非線形解を得るため、エイトキンの加速法や外挿法を用いた。

3. 数値解析結果 種々の差分分割数と終局強度の関係を調べ、差分解の精度を検討したところ、部材軸方向に18分割すれば、十分な精度で解の得られることが分かった。また、断面内の塑性域の拡がり精度よく追跡するためには断面内を細分割する必要があるが、腹板およびフランジをともに10分割すれば良い結果の得られることが分かった。以下の数値計算では、 z 方向の初期たわみとして半波の正弦波を、残留応力として図-2に示す溶接柱の残留応力を仮定した。鋼種としてSS41を仮定し、降伏点応力 $\sigma_y = 2400 \text{ kgf/cm}^2$ 、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ とした。

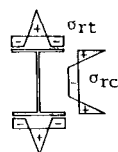


図-2

変断面I型柱の終局強度を検討する前に、本解析法の妥当性と差分解の精度を検討する。圧縮力を受ける等断面I型柱 ($\alpha_{10} = b_1/b_0 = 1$) を対象に、終局強度 N_{ult}/N_{p0} と修正細長比 $\lambda_y = \sqrt{N_{p0}/N_{cr}}$ の関係を求めると図-3を得る。ここに、 N_{cr} は等断面I型柱の弾性座屈荷重で、 $N_{cr} = \pi^2 EI_y / \ell^2$ 、 N_{p0} は左端 $x=0$ の大断面に対する柱の全塑性軸力である。また、 1_{y0} は左端の大断面における弱軸まわりの断面二次モーメントである。図中、実線は初期たわみの最大値を $w_m = \ell/5000 \sim \ell/500$ と仮定した場合の本解析結果を、一点鎖線はECCS柱曲線のうちc曲線を、□と■はそれぞれ西村ら²⁾のモンテカルロ法による終局強度の平均値(M)と下限値(M-2S)を示す。本解析結果のうち、 $w_m = \ell/5000$ の終局強度曲線は西村らの平均値と良く一致している。また、ECCSの終局強度曲線は初期たわみを $w_m = \ell/500$ と仮定した場合の理論曲線に極めて良く一致している。

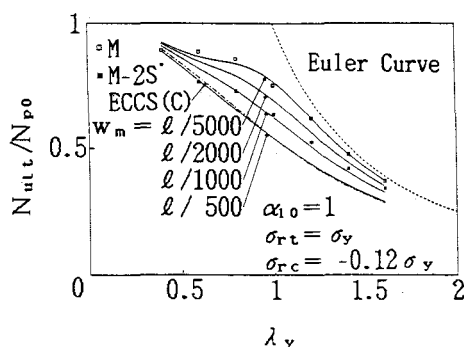


図-3

次に、種々の腹板高比 α_{10} に対してテーバ付きI型圧縮柱の終局強度曲線を求めると、図-4を得る。ここに、初期たわみの最大値は $w_m = \ell/2000$ 、圧縮残留応力は $\sigma_{rc} = -0.12 \sigma_y$ である。図から明らかなように、修正細長比の小さい範囲では、左右の腹板高の違いによる終局強度の差が著しい。しかし、修正細長比 λ_y が大きくなるに従って、腹板高比による強度の差は少なくなり、等断面I型柱の終局強度に近づくようになる。このことより、腹板高比は修正細長比の小さな弾塑性座屈の領域で柱の終局強度に影響する。

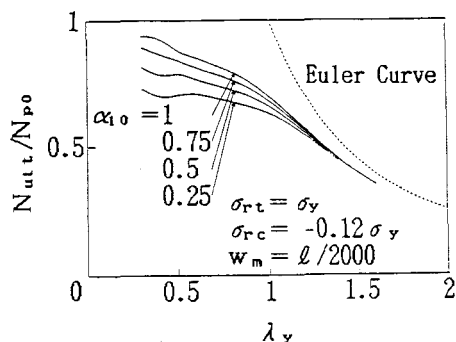


図-4

なお、残留応力や初期たわみがテーバ付きI型柱の終局強度に及ぼす影響については講演会当日に述べる。

参考文献：1) 土木学会編：座屈設計ガイドライン、1987-10。2) 西村・青木・西井・福本：土木学会論文集、No.410, 1-12, pp.325-333, 1989-10。