

不等曲げを受けるプレートガーダーの弾性座屈強度

関西大学工学部 正会員 米澤 博 関西大学工学部 正会員 堂垣正博
 関西大学大学院 学生員 〇津田久嗣 関西大学大学院 学生員 松岡幸文

1. まえがき 連続桁の中間支点やゲルバー桁の片持ち部の支点近傍で桁はその桁軸方向に変化する曲げモーメントとそれにつり合うせん断力を同時に受ける。左右で等しい曲げモーメントとせん断力が同時に作用する組合せ荷重下の板パネルの弾性座屈に関する研究は古くからなされている。¹⁾ また、大きさの異なる曲げモーメントとせん断力が作用する板パネルの弾性座屈に関する研究^{2)~4)} は行われているが、フランジの剛性を考慮し、垂直補剛材間の桁の一パネルを対象とした腹板とフランジの連成座屈はあまり研究されていない。⁵⁾ ここでは垂直補剛材間の桁の一パネルを対象に、左右で大きさの異なる曲げモーメントとそれにつり合うせん断力が左右辺に作用する場合の腹板とフランジの連成弾性座屈を差分法によって明らかにする。腹板は左右辺で単純支持され、はり一柱にモデル化された上下フランジで弾性支持および弾性回転拘束されるものとし、腹板の縦横比・幅厚比、フランジの幅厚比、フランジと腹板の断面積比、左右辺での曲げモーメント比などと弾性座屈強度の関係を調べる。

2. 基礎式 図-1に示す長さ a 、高さ b_w 、厚さ t_w の腹板と、幅 b_f 、厚さ t_f のフランジからなる二軸対称断面桁の垂直補剛材間の一パネルに、左右で大きさの異なる曲げモーメントとそれにつり合う放物線分布のせん断力が作用する場合の連成座屈を考える。座屈前の桁に分布する膜力は腹板の x および y 方向の力のつり合い式

$$u_{,xx} + \frac{(1-\nu)}{2} u_{,yy} + \frac{(1+\nu)}{2} v_{,xy} = 0 \quad \dots (1)$$

$$\frac{(1+\nu)}{2} u_{,xy} + \frac{(1-\nu)}{2} v_{,xx} + v_{,yy} = 0 \quad \dots (2)$$

を、曲げ応力と放物線分布の膜せん断応力が左右の境界上に作用する条件

$$\frac{E}{(1-\nu^2)} (u_{,x} + \nu v_{,y}) = \frac{\phi M_0}{I_z} \left(y - \frac{b_w}{2} \right),$$

$$\frac{E}{2(1+\nu)} (u_{,y} + v_{,x}) = \frac{(1-\phi)M_0}{2aI_z t_w} \left[b_f t_f (b_w + t_f) + t_w \left\{ \frac{b_w^2}{4} - \left(y - \frac{b_w}{2} \right)^2 \right\} \right] \quad \dots (3)$$

およびはり一柱にモデル化されたフランジに作用する x および y 方向の力のつり合い式

$$EA_f u_{,xx} \pm \frac{Et_w}{2(1+\nu)} (u_{,y} + v_{,x}) = 0, \quad EI_{fz} v_{,xx} \mp \frac{Et_w}{(1-\nu^2)} (\nu u_{,x} + v_{,y}) = 0 \quad \dots (4)$$

のもとに解けば決定される。ここに、 u, v はそれぞれ x および y 方向の面内変位、 I_z は桁の中立軸まわりの断面二次モーメント、 A_f, I_{fz} はそれぞれフランジの断面積と z 軸まわりの断面二次モーメント、 M_0 は $x=a$ 辺に作用する曲げモーメント、 ϕ は $x=0$ と $x=a$ 辺に作用する曲げモーメントの比 $\phi = M_1/M_0$ ($M_1 \leq M_0$)、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。なお、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

上述の平面応力解析で決定された膜力のもとで桁の一パネルの腹板とフランジが連成して弾性座屈する場合、座屈時の腹板のつり合い式は

$$D (w_{,xxxx} + 2w_{,xxyy} + w_{,yyyy}) = N_x w_{,xx} + 2N_{xy} w_{,xy} + N_y w_{,yy} \quad \dots (5)$$

である。ここに、 w はたわみ、 D は腹板の曲げ剛さ、 N_x, N_y, N_{xy} はそれぞれ座屈時の x および y 方向の膜力と膜せん断力である。

Hiroshi YONEZAWA, Masahiro DOGAKI, Hisatsugu TSUDA, and Yukifumi MATSUOKA

腹板が垂直補剛材上で単純支持されるものとすれば、 $x=0$ と $x=a$ 辺での境界条件は

$$w = 0, \quad w_{,xx} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。また、はり一柱にモデル化されたフランジに作用する z 方向の力のつり合いとねじりに関するつり合いから $y=0$ と $y=b$ 辺での境界条件が

$$EI_{fy} w_{,xxxx} \mp D \{ w_{,yyy} + (2-\nu) w_{,xxy} \} - N_f w_{,xx} \pm N_{xy} w_{,x} = 0,$$

$$GJ w_{,xxy} \pm D \{ (w_{,yy} + \nu w_{,xx}) \mp \frac{t_f}{2} (w_{,yyy} + (2-\nu) w_{,xxy}) \} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

と得られる。ここに、 I_{fy} はフランジの y 軸まわりの断面二次モーメント、 J はサン・ブナンの純ねじり定数、 G はせん断弾性係数である。上式中の複号のうち、上段が $y=0$ 辺で、下段が $y=b$ 辺で用いられる。

以上、座屈前および座屈時のつり合い方程式と境界条件式に差分法を適用し、種々の曲げモーメント比 ϕ に対する座屈前の応力分布とその応力下での弾性座屈強度を求める。

3. 数値解析結果 差分解の精度を検討するため、純曲げを受け、周辺が単純支持された腹板パネルの弾性座屈係数と差分分割数の関係を調べた結果、 x および y 方向にともに20分割すれば、十分な精度で解の得られることが分かった。

左右で大きさの異なる曲げモーメントとそれにつり合う放物線分布のせん断力が作用する場合、桁の一パネルの連成座屈係数 $k_{cr} = M_{0,cr} / M_e$ (ただし、 $M_{0,cr}$ は $x=a$ 辺に作用する座屈時の曲げモーメント、 M_e は基本座屈モーメントで、 $M_e = 2\sigma_e I_z / b_w = 2\pi^2 D I_z / b_w^3$ である) を種々の縦横比に対して求めると、図-2の座屈係数曲線を得る。ただし、腹板の幅厚比 $\beta = 150$ 、フランジの幅厚比 $\beta_f = 25$ 、フランジと腹板の断面積比 $\delta = 0.5$ の場合である。図から明らかなように、縦横比が $\alpha < 1$ の範囲では、左右の曲げモーメントの差が大きいほど、弾性座屈係数は純曲げの場合 ($\phi=1$) のそれよりも小さくなる。これは曲げモーメント比が小さくなるほど左右の曲げモーメントにつり合うせん断力が強く働くようになり、純曲げの座屈形態からせん断力が卓越する座屈形態になるからである。また、曲げモーメント比が一定で、縦横比が大きくなれば、曲げモーメントにつり合うせん断力が少なくなるため、曲げ・せん断の座屈はより純曲げの状態に近づくようになる。このため、縦横比とともに座屈係数が増大するようになる。

図-3は縦横比 $\alpha=0.5, 1, 1.5$ の場合の左右の曲げモーメント比 ϕ と座屈係数の関係を示す。左右の曲げモーメントの差が大きいほどせん断力の影響をより強く受け、座屈係数が減少するようになることが分かる。縦横比が1と1.5の曲線はよく類似し、 ϕ が0から0.8の範囲で ϕ とともに座屈係数が増加する。 $\phi=0.8$ 以上になれば、純曲げ ($\phi=1$) の座屈強度にはほぼ一致する。

その他の結果については講演会当日に発表する。

参考文献：1) 土木学会編：座屈設計ガイドライン，1987. 2) Radulovic, B. : Stahlbau, Ht.7, S.199-203, 1973. 3) Protte, W. : Stahlbau, Ht.7, S.215-216, 1975. 4) 中沢・他：土木学会第44回年次学術講演会講演概要集，I-12, 1989-10. 5) 中沢・他：土木学会第43回年次学術講演会講演概要集，I-76, 1988-10.

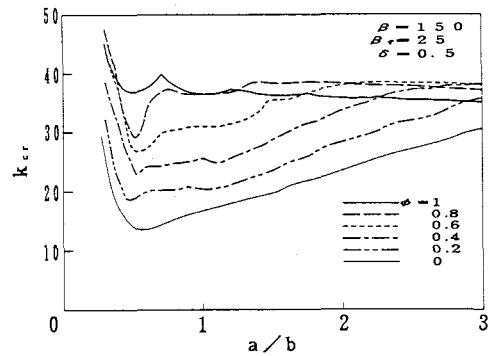


図-2

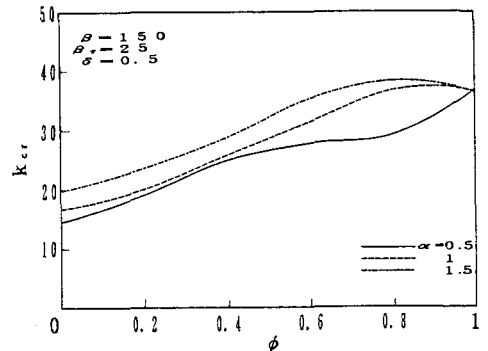


図-3