厚生最大化モデルの改良とその適用に関する研究

神戸大学工学部　正　員　枝村俊郎
神戸大学工学部　正　員○川井隆司
京 都 市 役 所　正　員　秋山智則

1．はじめに

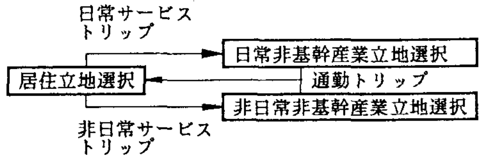
厚生最大化モデル(WFM)[1]は，ガリン･ローリーモデル(GLM)に基づくグループ余剰最大化モデル(GSM)[2]から確率効用理論との論理的整合性を保つように改良された土地利用モデルである．WFMは,個人の行動理論を確率効用理論によってモデルに組入れ，対象地域内の厚生が最大化された時の通勤トリップ，サービストリップの各分布，ならびに常住人口と非基幹産業従業者数の各配分を求める数理計画問題である．

GLMのフレームワークは,通勤トリップ数とサービストリップ数の二つの配分を通して，対象地域内の立地活動量を各ゾーンへ配分するメカニズムである．だがこのメカニズムでは，サービストリップの配分関数は様々な消費活動を目的として行われるトリップを一括して取り扱うため，消費活動の種類ごとのトリップ分布を表現できないばかりか，その消費に対応する業種ごとの詳細な産業立地量も求められない．

したがって本研究では，WFMの改良としてサービストリップを二つに分類し,それぞれのサービストリップに対応する非基幹産業従業者数を求める改良型厚生最大化モデル(WFM2)の構築と適用に関し考察を行う．

2．改良型厚生最大化モデル

WFM2の立地選択行動仮定を図－１に示す．まず従業者は通勤トリップによって居住立地選択を行う．さらにこの従業者に代表される世帯は居住地から，日常的なサービスを供給する(日常)非基幹産業と非日常的なサービスを供給する(非日常)非基幹産業の立地選択を，各々日常サービストリップ，非日常サービストリップによって相互に独立に行うとする．そして日常，非日常非基幹産業従業者は前述と同様の居住立地選択を行うものとする．



図－１　ＷＦＭ２の立地選択行動仮定

以上の立地選択行動仮定から，WFM2の配分関数は式(1)～(3)のようになる．

$$T_{ij}=\frac{\eta E_j \widetilde{W}_i^R \exp[\beta^w(\frac{1}{\lambda_1'}\bar{u}_i^{s1}+\frac{1}{\lambda_1^{\cdot}}\bar{u}_i^{s2}-c_{ij}^w)]}{\sum_i \widetilde{W}_i^R \exp[\beta^w(\frac{1}{\lambda_1'}\bar{u}_i^{s1}+\frac{1}{\lambda_1^{\cdot}}\bar{u}_i^{s2}-c_{ij}^w)]} \tag{1}$$

$$S_{ij}^1=\frac{\rho'\sigma' P_i \widetilde{W}_j^{NB1} \exp[\beta^{s1}(\lambda_2'\bar{u}_j-c_{ij}^{s1})]}{\sum_j \widetilde{W}_j^{NB1} \exp[\beta^{s1}(\lambda_2'\bar{u}_j-c_{ij}^{s1})]} \tag{2}$$

$$S_{ij}^2=\frac{\rho^{\cdot}\sigma^{\cdot} P_i \widetilde{W}_j^{NB2} \exp[\beta^{s2}(\lambda_2^{\cdot}\bar{u}_j-c_{ij}^{s2})]}{\sum_j \widetilde{W}_j^{NB2} \exp[\beta^{s2}(\lambda_2^{\cdot}\bar{u}_j-c_{ij}^{s2})]} \tag{3}$$

ここで,iは居住地ゾーン,jは従業地ゾーン,T_{ij}は通勤トリップ数，S_{ij}^1, S_{ij}^2はそれぞれ日常,非日常サービストリップ数，E_jは従業者数,P_iは常住人口，$\widetilde{W}_i^R$は居住立地に関する魅力度の重み,$\widetilde{W}_j^{NB1}$, $\widetilde{W}_j^{NB2}$はそれぞれ日常，非日常非基幹産業立地に関する魅力度の重み,c_{ij}^w, c_{ij}^{s1}, c_{ij}^{s2}は各トリップの交通費用,ηは従業者１人当りの通勤トリップ数,ρ'は日常非基幹産業従業者数１人当りの日常サービストリップ数，$\rho^{\cdot}$は非日常非基幹産業従業者数１人当りの非日常サービストリップ数,σ',$\sigma^{\cdot}$はそれぞれ常住人口１人当りの日常,非日常非基幹産業従業者数,$\bar{u}_j$, $\bar{u}_i^{s1}$, $\bar{u}_i^{s2}$はそれぞれ通勤トリップ,日常サービストリップ,非日常サービストリップ１単位当りで得られる期待効用である．また,λ_1', $\lambda_1^{\cdot}$, λ_2', $\lambda_2^{\cdot}$は次式のように定義される．

$$\lambda_1'=\frac{\eta}{\rho'\sigma'\alpha},\quad \lambda_1^{\cdot}=\frac{1}{\rho^{\cdot}\sigma^{\cdot}\alpha}\quad \lambda_2'=\frac{\eta}{\rho'},\quad \lambda_2^{\cdot}=\frac{\eta}{\rho^{\cdot}}$$

ここで，αは従業者１人当りの常住人口である．厚生関数は式(4)のように定義される．

$$WF_j=D_j^w\bar{u}_j \tag{4}$$

Toshiro EDAMURA, Takashi KAWAI, Tomonori AKIYAMA

ここで，D_j^Wはゾーンｊへの通勤トリップ数の集中量である．式(4)は通勤トリップの期待効用値を全通勤トリップ数について集計した値が厚生値であることを示している．WFM2はこの社会的厚生関数を社会が最大化すると仮定した社会厚生的接近法に従って導出される．式(4)よりWFM2の主問題は式(5)のように定式化される．また，制約式は解の均衡条件式である式(6)～(8)である．

$$\underset{\{T_{ij},\,S^1_{ij},\,S^2_{ij}\}}{\text{maximize}}\quad WF=-\frac{1}{\beta^W}\sum_{ij}T_{ij}\left(\ln\frac{T_{ij}}{\widetilde{W}^R}-1\right)-\sum_{ij}T_{ij}c^W_i-\frac{1}{\beta^{s1}}\sum_{ij}S^1_{ij}\left(\ln\frac{S^1_{ij}}{\widetilde{W}^{NB1}_j}-1\right)-\sum_{ij}S^1_{ij}c^{s1}_{ij}$$

$$-\frac{1}{\beta^{s2}}\sum_{ij}S^2_{ij}\left(\ln\frac{S^2_{ij}}{\widetilde{W}^{NB2}_j}-1\right)-\sum_{ij}S^2_{ij}c^{s2}_{ij} \tag{5}$$

$$\text{subject to}\quad \sum_j T_{ij}-\lambda_1'\sum_j S^1_{ij}=0 \qquad (i=1,\cdots,n) \tag{6}$$

$$\sum_j T_{ij}-\lambda_1\cdot\sum_j S^2_{ij}=0 \qquad (i=1,\cdots,n) \tag{7}$$

$$\sum_i T_{ij}-\lambda_2'\sum_i S^1_{ij}-\lambda_2\cdot\sum_i S^2_{ij}-\eta E^B_j=0 \qquad (j=1,\cdots,n) \tag{8}$$

WFM2の主問題式(5)は凹関数であり，ウルフェの双対定理より次式の制約条件なしの双対問題へ定式化される．

$$\text{minimize}\ U(\nu_i,\varepsilon_i,\gamma_j)=\frac{1}{\beta^W}\sum_{ij}\widetilde{W}^R_i\exp[-\beta^W(\nu_i+\varepsilon_i+\gamma_j+c^W_{ij})]$$

$$+\frac{1}{\beta^{s1}}\sum_{ij}\widetilde{W}^{NB1}_j\exp[\beta^{s1}(\lambda_1'\,\nu_i+\lambda_2'\,\gamma_j-c^{s1}_{ij})]+\frac{1}{\beta^{s2}}\sum_{ij}\widetilde{W}^{NB2}_j\exp[\beta^{s2}(\lambda_1\cdot\varepsilon_i+\lambda_2\cdot\gamma_j-c^{s2}_{ij})]+\eta\sum_j\gamma_jE^B_j \tag{9}$$

ここでE^B_jは基幹産業従業者数，ν_i，ε_i，γ_jはそれぞれ式(6)，(7)，(8)に付随するラグランジュ乗数である．双対問題式(10)の導出過程から，配分関数式(10)～(12)が導出される．

$$T_{ij}=\widetilde{W}^R_i\exp[-\beta^W(\nu_i+\varepsilon_i+\gamma_j+c^W_{ij})] \tag{10}$$

$$S^1_{ij}=\widetilde{W}^{NB1}_j\exp[\beta^{s1}(\lambda_1'\,\nu_i+\lambda_2'\,\gamma_j-c^{s1}_{ij})] \tag{11}$$

$$S^2_{ij}=\widetilde{W}^{NB2}_j\exp[\beta^{s2}(\lambda_1\cdot\varepsilon_i+\lambda_2\cdot\gamma_j-c^{s2}_{ij})] \tag{12}$$

式(9)を最小化するν_i，ε_i，γ_jを算出し，これらを式(10)～(12)に代入して求めたトリップ数が厚生値を最大にする最適トリップ分布である．

３．WFM2の神戸市への適用

WFM2の有効性を確認するために神戸市に適用した結果を表－１に示す．ここでゾーンは行政区とする．またWFM2と比較するためにWFMの適用結果も付記する．

表－１　神戸市におけるＷＦＭ２，ＷＦＭの適用結果

モデル	相関係数				PRMS 誤差 (%)[1]				的中率 (%)			
	[2] P_i	[3] E_j^{NB1}	[4] E_j^{NB2}	[5] E_j^{NB}	P_i	E_j^{NB1}	E_j^{NB2}	E_j^{NB}	P_i	E_j^{NB1}	E_j^{NB2}	E_j^{NB}
ＷＦＭ２	0.8891	0.6631	0.9685	0.6017	10.9	23.1	29.9	23.9	95.8	90.3	91.0	90.5
ＷＦＭ	0.8787			0.7391	11.0			18.7	95.3			92.8

1)はパーセントＲＭＳ誤差，2)は常住人口，3),4),5)はそれぞれ日常非基幹産業従業者数，非日常非基幹産業従業者数，非基幹産業従業者数である．

表－１から，WFM2はWFMとほぼ同程度の適合度であるが，モデルの説明力が向上してといることを考えると一応の有効性が認められる．

４．おわりに

本研究ではWFMの立地選択行動の細分化として，サービストリップを日常,非日常サービストリップに分類し,三種類の立地選択行動が説明できるWFM2を構築し,神戸市への適用を通して一応の有効性を確認した．今後は，モデルの操作性を損なわない範囲でさらにモデルの細分化を考え，改良を行う必要があろう．

【参考文献】

1)枝村俊郎·川井隆司·清水裕文·秋山智則:厚生最大化モデルの導出と適用に関する研究,土木計画学研究·講演集,No11,pp.723-730,1988.

2)Wilson,A.G.,Coelho,J.D.,Macgill,S.M.,and Williams,H.C.W.L.:Optimization in locational and Transport Analysis, JOHN WILEY & SONS,1981.