# 市街地変化モデルの適用に関する研究

京都大学工学部　正　員　吉川和広　京都大学大学院　学生員○亀井三郎
京都大学工学部　正　員　文　世一

１．はじめに　筆者らは既にデベロッパーの行動にもとづいて新規開発、再開発を記述することにより、都市における床面積の建設量を推計する市街地変化モデルの開発に取りくんできた。[1)] 本稿では、まずこのモデルに時間要素を取り入れ再定式化する。次に、本モデルでは用途と容積率の選択を離散・連続混合選択モデルとして定式化しているが、このような特殊なモデルの推定方法に関して検討し、実証分析を行なった結果について示す。

２．市街地変化モデルの定式化

i)新市街地開発モデル　建設主体は、現在の空閑地を開発する場合としない場合の利潤を比較することにより開発すべきか否かを選択するものと考える。よって開発確率$PD_i$は

$$PD_i=\frac{\exp(PVD_i-PVA_i)}{1+\exp(PVD_i-PVA_i)} \tag{1}$$

ここで、$PVA_i$は開発を行なわない場合の、$PVD_i$は開発した場合の利潤の現在価値であり、それぞれ次のように表わされる。

$$PVA_i=\sum_{t=1}^{N}\frac{RA_i^t}{(1+r)^{t-1}}+\varepsilon A \tag{2}$$

$RA_i^t$；ｔ時点での農地の地価
$\varepsilon A$　；確率変動項

$$PVD_i=E\,[\max_{k,I_{ki}}\{PVO_i\,(k,I_{ki})\}]-CD+\varepsilon D \tag{3}$$

$PVO_i\,(k,I_{ki})$；土地を開発し、用途ｋ，容積率$I_{ki}$という建物を開発した場合に得られる利潤の現在価値
$CD$；単位土地面積当りの土地開発コスト
$\varepsilon D$；確率変動項

よって、新規開発面積は次のように求められる。

$$TNA_i=VA_i^t\times PD_i \tag{4}$$

$TNA_i$；ｉゾーン新規開発面積
$VA_i^t$；ｉゾーン開発可能面積

ii)既成市街地更新モデル　建設主体は、既存の建物を除却して更新を行う場合と行なわない場合の利潤を比較することにより、除却するか否かを選択するものと考える。よって、当該の土地が更新される確率$PC_{ki}$は

$$PC_{ki}=\frac{\exp(PVC_{ki}-PVE_{ki})}{1+\exp(PVC_{ki}-PVE_{ki})} \tag{5}$$

ここで、$PVE_{ki}$は更新しない場合の、$PVC_{ki}$は更新した場合の利潤の現在価値でありそれぞれ次のように表わされる。

$$PVE_{ki}=\sum_{t=1}^{N}\frac{R_{ki}^t\times\rho_{ki}^t}{(1+r)^{t-1}}+\varepsilon E \tag{6}$$

$R_{ki}^t$；ｔ期におけるゾーンｉ、用途ｋの家賃
$\rho_{ki}^t$；建物を更新しない状態での容積率
$\varepsilon E$；誤差項

$$PVC_{ki}=E\,[\max_{k,I_{ki}}\{PVO_i\,(k,I_{ki})\}]-CR\times\rho_{ki}^t+\varepsilon R \tag{7}$$

$\varepsilon R$；誤差項

よって、建物の除却される土地面積$CA_{ki}$は

$$CA_{ki}=PC_{ki}\times LA_{ki}^t \tag{8}$$

$LA_{ki}^t$；ゾーンｉ、用途ｋのｔ期土地ストック

iii)用途・容積率選択モデル　建設主体は、将来にわたって得られる収入と支出の差で表わされる単位土地面積当り利潤の現在価値$PVO_i$に着目していると考える。本研究では具体的な関数形として次の２つをとりあげ、それぞれモデル１、２と呼ぶ。

$$PVO_i\,(k,I_{ki})=b_kPR_{ki}\times I_{ki}^{\alpha}-(C_0+\frac{C_1}{IL_{ki}})\,I_{ki} \tag{9}$$

あるいは

$$PVO_i\,(k,I_{ki})=b_kPR_{ki}\times I_{ki}-C_0\times I_{ki}^{\alpha}-\frac{C_1}{IL_{ki}}\,I_{ki} \tag{10}$$

$PR_{ki}$；将来にわたる家賃収入の現在価値
$IL_{ki}$；ゾーンｉ、用途ｋの法定容積率
$\alpha_k$、$b_k$、$C_0$、$C_1$；パラメータ

ここで、$PR_{ki}$は次式により算出する。

$$PR_{ki}=\sum_{t=1}^{N}\frac{R_{ki}^t}{(1+r)^{t-1}} \tag{11}$$

$R_{ki}^t$；ｔ期におけるゾーンｉ、用途ｋの家賃

各期の家賃$R_{ki}^t$は、デベロッパーにとっても選択時にはわからないため、過去からのトレンドにもとづいて算定するものと仮定する。本研究ではこのトレンドについて幾通りかのパターンを設定し、比較することとしている。容積率は(9)(10)式の$I_{ki}$に関する一階条件式を$I_{ki}$について解くことによりそれぞれ次のように得られる。

Kazuhiro YOSHIKAWA,　Seil MUN,　Saburo KAMEI

$$I^{*}_{ki}=\{(C_0+\frac{C_1}{IL_{ki}})/(b_k\alpha\times PR_{ki})\}^{\frac{1}{\alpha-1}} \quad (12)$$

あるいは

$$I^{*}_{ki}=\{(b_k\times PR_{ki}-\frac{C_1}{IL_{ki}})/\alpha C_0\}^{\frac{1}{\alpha-1}} \quad (13)$$

また$PVO_i$は$I^{*}_{ki}$において、極大となる必要があるので、(9)(10)式の二階の条件式より、モデル1について$0<\alpha<1$、モデル2について$1<\alpha$がパラメータ$\alpha_k$の満たすべき条件となる。また用途選択確率は

$$P_i(k,I^{*}_{ki})=\mathrm{prob}[PVO^{*}_i(k,I^{*}_{ki})+\varepsilon_{ik} > PVO^{*}_i(l,I^{*}_{li})+\varepsilon_{il},\ \text{for all } l,\ k\neq l] \quad (14)$$

$\varepsilon$；$PVO^{*}_i$の確率項

上式で$\varepsilon$がガンベル分布に従うと仮定すると次式の用途選択に関するロジットモデルが誘導できる。

$$P_i(k,I^{*}_{ki})=\frac{\exp(PVO^{*}_i(k,I^{*}_{ki})+\ln D_{ki})}{\sum_l \exp(PVO^{*}_i(k,I^{*}_{li})+\ln D_{li})} \quad (15)$$

ここに $D_{ki}$；立地主体の数による修正項

これにより、k用途として建設される床面積$FA_{ki}$が(16)式により求められる。

$$FA_{ki}=(TNA_i+\sum_k CA_{ki})\times P_i(k,I^{*}_{ki})\times I^{*}_{ki} \quad (16)$$

3．市街地変化モデルのパラメータ推定　新市街地開発モデル、既成市街地更新モデルのパラメータ推定結果を表1，2に示す。次に、用途・容積率選択モデルの推定について、既存の推定方法では次に述べるような問題があった。すなわち従来は次式のように尤度関数を定式化していた。

$$L=\prod_i\prod_k\{P_i(k,I^{*}_{ki})\}^{BA_{ki}} \quad (17)$$

$BA_{ki}$；ゾーンiにおいて用途kの建設活動が行なわれた土地面積

しかし、これには用途選択に関する情報しか入っておらず、そのため推定された容積率と観測された値が同じスケールになる保証がなかった。そこで(14)式に容積率に関する情報を加えた次のような同時確率密度関数を定義し、尤度関数を再構成した。

$$PU_i(k,I^{*}_{ki})=\mathrm{prob}[\{PVO^{*}_i(k,I^{*}_{ki})+\varepsilon^{1}_{ik} > PVO^{*}_i(l,I^{*}_{li})+\varepsilon^{1}_{il},\ \text{for all } l,k\neq l\}\ \text{and}\ \{I^{*}_{ki}+\varepsilon^{2}_{ik}=I^{obs}_{ki}\}] \quad (18)$$

$\varepsilon^{1}_{ik}$；$PVO^{*}_i$の確率項

$\varepsilon^{2}_{ik}$；容積率$I^{*}_{ki}$の推計式(12)(13)式の誤差項

$I^{obs}_{ki}$；ゾーンiにおけるk用途の観測された容積率

$$L=\prod_i\prod_k\{P_i(k,I^{*}_{ki})\times f(I^{obs}_{ki}-I^{*}_{ki})\}^{BA_{ki}} \quad (19)$$

ここで、f( )は(18)式における$\varepsilon^{2}_{ki}$の確率密度関数であり、本研究ではガンベル分布と正規分布の二種類の分布を仮定し、現象再現性の高いものを採用することにした。さて、通常ロジットモデルでは、最尤推定値を求める際にNewton-Raphson法を用いるが、この方法は尤度関数が常に上に凸、すなわち尤度関数のヘッセ行列が負値定符号行列である場合にのみ有効である。しかし、ここでの尤度関数は常に上に凸であるという保証はない。そこで、関数形にかかわらず、収束が保証されている最急勾配法をまず用いてパラメータを改善し、ヘッセ行列が負値定符号となった時点で収束性の優れたNewton-Raphson法に切り替えるという推定アルゴリズムを用いる。本研究では、建設主体の利潤の現在価値式に関するモデル1、2および容積率の推計誤差に関する二種類の分布形による計四つの組み合せに対して、パラメータを推定し、それぞれの組み合せの内、最も高い適合度を示すものを見つける。この結果、関数形はモデル1、$\varepsilon^{2}_{ki}$の分布は正規分布という組み合せが最もよい結果を示すことがわかった。これを表3に示す。また市街地変化モデル全体を通しての建設床面積の現象再現性は、相関係数で住宅用途0.764、商業用途0.851と良好な結果を得ている。

表1　新市街地開発モデルの推定結果

| 説明変数 | パラメータ値 | t　値 |
|---|---|---|
| PVO | 0.44025 | 234.099 |
| 土地開発コスト（定　数） | -2.93511 | 939.884 |
| 相関係数　R= 0.89972 | | |

表2　既成市街地変化モデルの推定結果（住宅用途）

| 説 明 変 数 | パラメータ値 | t　値 |
|---|---|---|
| PVO | 0.038026 | 66.481 |
| 建物除却費用 | -0.381855 | 146.786 |
| 都心までの時間距離 | -0.462760 | 1267.078 |
| 相 関 係 数　R= 0.6523 | | |

表2　既成市街地変化モデルの推定結果（商業用途）

| 説 明 変 数 | パラメータ値 | t　値 |
|---|---|---|
| PVO | 0.022436 | 331.045 |
| 建物除却費用 | -1.621865 | 699.542 |
| 相 関 係 数　R= 0.7155 | | |

表3　用途・容積率選択モデルの推定結果

| 説明変数 | パラメータ値 | t　値 |
|---|---|---|
| $\alpha$ | 0.6 | − |
| b1 | 2.71747 | 3600.745 |
| b2 | 0.30818 | 3068.722 |
| C0 | -1.91501 | 8226.738 |
| C1 | -228.08921 | 2293.903 |
| $\sigma$ | 0.69108 | 14408.234 |
| 相 関 係 数 | | |
| 用途選択確率 | | R= 0.6518 |
| 住宅用途容積率 | | R= 0.7478 |
| 商業用途容積率 | | R= 0.7072 |

参考文献　1）文・吉川・本田・亀井：市街地変化にもとづいた用途別床面積供給量の推計手法、土木計画学研究発表会講演集 vol.11,pp431-438,1988年11月