

漂砂の移動限界と砂粒の運動

京都大学防災研究所 正 員 土屋義人
 京都大学大学院 学生員 〇三島豊秋
 清水建設株式会社 土田 充

1. 緒言 砂の流送現象には漂砂、流砂及び飛砂があり、これらの相違は流れの非定常性および密度比の相違と考えられる。すなわち、砂の流送現象に及ぼす流れの非定常性および密度比の影響を明かにすれば漂砂、流砂及び飛砂の三者の現象を統一的に扱うことができる。そこで本研究では、砂の流送過程の初期条件である移動限界をrocking motionとして定式化し、流砂及び飛砂は漂砂の特異な場合であるとの観点から、その基礎式に基づいて移動限界に及ぼす波動場における流れの非定常性の影響及び一様流中での密度比の影響を明らかにする。

2. 基礎式 移動限界時の砂粒の運動を図-1で示されるようなRocking Motionとして定式化すると砂粒の運動方程式は次式のようになる。

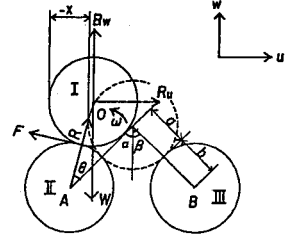


図-1 球状粒子に作用する力

$$\begin{aligned} \frac{\pi \rho D^3 R}{6} \frac{d^2 \theta}{dt^2} = & F + \frac{\pi}{8} \rho D^2 C_D |V_r| (u_\theta - R \frac{d\theta}{dt}) + \frac{\pi}{8} \rho D^2 C_L |V_r| u_r \\ & + \frac{\pi}{6} \rho D^3 C_H (\frac{du_\theta}{dt} - R \frac{d^2 \theta}{dt^2} + u_r \frac{d\theta}{dt}) + \frac{\pi}{6} \rho D^3 (\frac{Du_\theta}{Dt} + \frac{1}{R} u_\theta u_r) \\ & - \frac{\pi}{6} \rho (\frac{\sigma}{\rho} - 1) g D^3 \cos (\theta + \frac{\pi}{2} + \varphi), \end{aligned}$$

$$F = -\frac{1}{(\frac{D}{2})} (I_r + I_v) \dot{\omega}_p, \quad \xi(a+b)\theta = \alpha \omega_p, \quad \varphi = \begin{cases} -\alpha & \text{if } \theta > 0, \\ \beta & \text{if } \theta < 0, \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 σ および ρ は砂粒及び流体の密度、 D は砂粒の直径($D=2a$)、 u_r および u_t は流速の半径および回転方向成分、 V_r は流速と砂粒の速度の相対速度成分、 I_r および I_v は砂粒の慣性モーメントおよび仮想質量による慣性モーメントであり、また、 ξ は砂粒の滑動($=0$)および回転($=1$)に関する係数である。式(1)で表される砂粒の運動方程式はRocking Motionとして定式化されているため、支点が変わる点($\theta=0$)で接続条件を必要とし、ここではその条件として角運動量の保存を用いた。

3. 波動場における移動限界 式(1)のRunge-Kutta法を用いた数値解に基づいて移動限界時の砂粒の運動および移動限界を求めた。このとき、外力は微小振幅波の仮定に基づく層流境界層理論およびBrevikの乱流境界層理論で与えた。図-2に周期0.3秒のときの数値解に基づく移動限界時の砂粒の運動を示す。水深波高比 $H/h=0.662$ のときに不安定解が現れているのがわかる。この不安定解は、砂粒の慣性力の影響と考えられ、周期の長いときには砂粒の慣性力の影響が抗力項に比べて相対的に小さくなるため現れない。砂粒の慣性力の影響が現れるところでは密度比の影響が現れると考えられるが、波動場においては周期が長いために密度比の影響は小さく無視できる。しかしながら、乱れのように周期の短い非定常な流れを伴う場合には無視できなくなると推察される。図-3は数値解に基づく移動限界と

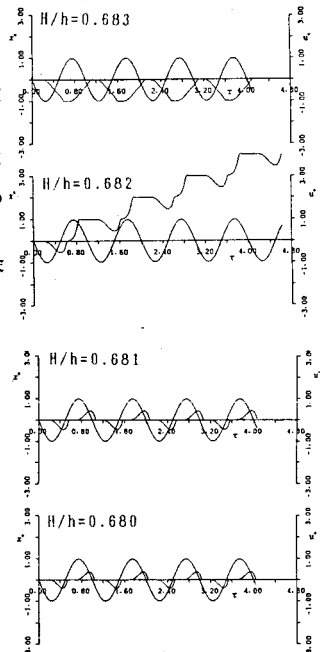


図-2 砂粒の運動

Yoshito TSUCHIYA, Toyooki MISHIMA, Mitsuru TSUCHIDA

実験データおよびShields curveとを比較したものである。層流境界層から乱流境界層への遷移領域が厳密に評価されていないため少し異なるが、水粒子軌道直径と砂粒の直径との比(d_0/D)が大きくなるにしたがってShields curveに漸近していくのがわかる。また、砂粒 Reynolds 数が小さなおとこでは抗力が Stokes drag にしたがうため、流れの慣性力に比べて相対的に抗力がおおきくなり、Shields parameter は一定値に落ち着く。

4. 一樣流における移動限界 一樣流中の砂粒が乱れによって rocking motion する場合、砂粒は平均流によって一方向の大きな外力を受けるため片側の支点における運動が卓越すると推察される。そこで、式(1)の片側の支点における運動方程式を砂粒の変位および乱れの変動速度成分に関して線形近似し、その解の不安定条件より砂粒の移動限界を求めると次式のようになる。

$$\tau_c^* = 1/\psi^* (1 + \Phi_c),$$

$$\Phi_c = \chi \left\{ a_2 \left\{ (a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4\gamma C_0 \beta_2 / R}) \sqrt{\int_0^\infty ES \, d\omega} + 2\sqrt{\int_0^\infty \omega^2 ES \, d\omega} \right\} / \psi^* \right\}$$

$$\psi^* = \frac{3}{4} C_0 A_r^2 (1 + \gamma \tan \beta),$$

(2)

ここに、 S は乱れのパワースペクトル密度関数、 E は砂粒の応答関数、 a_1, a_2 および a_3 は抗力および揚力係数で定まる係数、 M は仮想質量力を含む砂粒と流体の密度比、および χ は乱れの分散に対応する係数であり、ここでは実験データとの対応から $\chi=3$ とおいた。図-4は瀬津による乱れのパワースペクトル密度関数を与えたときに式(2)与えられる空気および水中における移動限界を示したものである。岩垣の理論曲線において遮蔽係数が0.4および1となるように、水中における移動限界は空気中の移動限界の2.5倍程度大きくなる。粘性底層を考慮していないこと、パワースペクトル密度関数の適用範囲が砂粒 Reynolds 数30から100程度であることなどから、式(2)で表される移動限界の適用範囲は狭いが、空気および水中における移動限界の相違を良く表していると言える。図-5は砂粒 Reynolds 数50のときの密度比の変化に対する Shields parameter の変化を示したものであり、密度比の増大に伴って Shields parameter の値が水中から空気中の値へと漸近していく様子が示されている。

5. 結語 移動限界に及ぼす波動場における流れの非定常性および一樣流における密度比の影響を明らかにした。今後は、両者の影響を統一した移動限界の理論に発展させるつもりである。

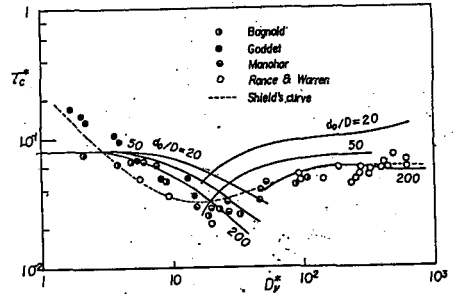


図-3 漂砂の移動限界

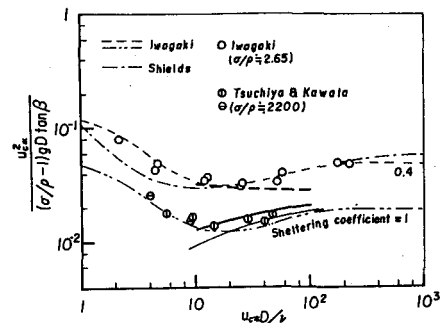


図-4 一樣流の移動限界

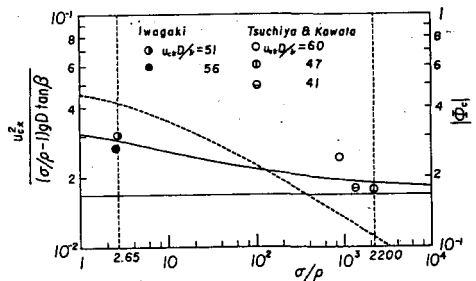


図-5 移動限界に及ぼす密度比の影響